

روش تدریس ریاضیات

دکتر حسین ذوالفقاری دکتر محمود اکرامی



فهرست مطالب

پیشگفتار	بازده
بخش اول: مبانی تدریس ریاضی	۱
فصل اول: ماهیت ریاضی و یادگیری آن در دوره پیش دبستان	۳
هدف کلی	۳
هدف‌های یادگیری	۳
مقدمه	۳
۱-۱ مولفه اول در آموزش ریاضی در پیش دبستان: مفهوم عدد	۴
۲-۱ نشانه‌های درک کودکان پیش دبستان از مفهوم عدد	۶
۳-۱ مؤلفه دوم در آموزش ریاضی در پیش دبستان: الگوها و روابط	۶
۴-۱ نشانه‌های درک کودکان پیش دبستان از الگوها و روابط	۶
۵-۱ مؤلفه سوم در آموزش ریاضی در پیش دبستان: هندسه و درک فضایی	۷
۶-۱ نشانه‌های درک کودکان پیش دبستان از هندسه و فضا	۸
۷-۱ مؤلفه چهارم در آموزش ریاضی در پیش دبستان: اندازه‌گیری	۸
۸-۱ نشانه‌های درک کودکان پیش دبستان از اندازه‌گیری	۸
۹-۱ مؤلفه پنجم در آموزش ریاضی در پیش دبستان	۹
۱-۹-۱ جمع‌آوری داده‌ها، سازمان‌دهی داده‌ها و نمایش داده‌ها	۹
خلاصه فصل اول	۱۰
خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل اول	۱۱
فصل دوم: ماهیت ریاضی و یادگیری آن در دوره دبستان	۱۳
هدف کلی	۱۳
هدف‌های یادگیری	۱۳
مقدمه	۱۳
۱-۲ هدف کلی آموزش ریاضی در دوره دبستان	۱۸

۶۲	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل چهارم	۱۹
۶۵	فصل پنجم: طراحی آموزشی برای تدریس مسئله‌محور	۲۱
۶۵	هدف کلی	۲۱
۶۵	هدف‌های یادگیری	۲۳
۶۵	مقدمه	۲۴
۶۸	۵-۱ انواع روش‌های حل مسئله در مدارس ابتدایی	۲۵
۷۰	خلاصه فصل پنجم	۳۳
۷۱	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل پنجم	۳۵
۷۳	فصل ششم: شیوه‌های ارزشیابی به‌عنوان ابزاری برای یادگیری ریاضی	۳۵
۷۳	هدف کلی	۳۵
۷۳	هدف‌های یادگیری	۳۵
۷۳	مقدمه	۳۶
۷۵	۶-۱ شرکت‌دادن دانش‌آموزان در ارزشیابی	۳۸
۷۷	۶-۲ بازخوردهای مؤثر آموزگار	۳۹
۷۸	۶-۳ مهارت خودارزشیابی	۳۹
۸۱	خلاصه فصل ششم	۴۰
۸۱	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل ششم	۴۱
۸۳	فصل هفتم: استفاده از فناوری در تدریس ریاضی دوره‌های پیش‌دبستانی و دبستان	۴۱
۸۳	هدف کلی	۴۲
۸۳	هدف‌های یادگیری	۴۲
۸۴	مقدمه	۴۲
۸۶	۷-۱ چند نوع مرکز مواد آموزشی	۴۷
۸۶	۷-۲ هفت اصل به‌کارگیری فناوری در بیش از دستان از منظر NAEYC	۴۷
۸۹	خلاصه فصل هفتم	۴۷
۸۹	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل هفتم	۴۷
۹۱	بخش دوم: توسعه مفاهیم و رویه‌های ریاضی	۴۸
۹۳	فصل هشتم: شکل‌گیری مفهوم عدد و درک کمی	۵۰
۹۳	هدف کلی	۵۱
۹۳	هدف‌های یادگیری	۵۱
۹۳	مقدمه	۵۲
۹۷	۸-۱ اجتماع مجموعه‌ها و نقش آن در جمع	۵۶
۹۸	۸-۱-۱ اجتماع بیش از دو مجموعه	۵۷
۹۹	۸-۲ اصول اساسی در تدریس جمع	۶۰

۲۰۶	۲-۱ چگونگی رسیدن به هدف‌ها	۲۱
۲۰۶	۲-۲ تقسیم‌بندی کل روش‌های تدریس ریاضی	۲۱
۲۰۶	۱-۳ روش‌های معلم محور	۲۳
۲۰۶	۲-۳ روش‌های دانش‌آموز محور	۲۴
۲۰۶	۲-۴ روش‌های مستقیم تدریس ریاضی	۲۵
۲۰۶	۲-۵ روش‌های نوین تدریس قابل استفاده در دوره دبستان	۳۳
	خلاصه فصل دوم	۳۳
	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل دوم	۳۵
	فصل سوم: رویکرد آموزشی تدریس از طریق حل مسئله	۳۵
	هدف کلی	۳۵
	هدف‌های یادگیری	۳۵
	مقدمه	۳۶
	۳-۱ یادگیری بر اساس اجرای پروژه	۳۸
	۳-۲ شرایط ایجاد روش مسئله‌ای	۳۹
	۳-۳ معاینه و محدودیت‌های روش مسئله‌ای	۳۹
	۳-۴ مراحل آموزش حل مسئله	۴۰
	۳-۵ اصول یادگیری و روش فعال	۴۱
	۳-۶ فایده‌ها با مراحل متوالی آموزش	۴۱
	۳-۷ تدریس به روش فعال	۴۱
	۳-۸ سیر تفکر دانش‌آموز در آموزش درس ریاضیات	۴۲
	خلاصه فصل سوم	۴۲
	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل سوم	۴۲
	فصل چهارم: زمان شکل‌گیری و نحوه تدریس مفاهیم پایه ریاضی	۴۷
	هدف کلی	۴۷
	هدف‌های یادگیری	۴۷
	مقدمه	۴۷
	۴-۱ طبقه‌بندی کردن	۴۸
	۴-۲ ردیف‌کردن	۵۰
	۴-۳ نگهداری ذهنی عدد	۵۱
	۴-۴ عدد	۵۱
	۴-۵ تئوری‌توزیک ترتیب	۵۲
	۴-۶ تشخیص شباهت‌ها و تفاوت‌ها	۵۶
	۴-۷ مراحل ارائه درس در کلاس	۵۷
	۴-۸ روش آموزش برنامه‌های آموزشی فردی	۶۰
	خلاصه فصل چهارم	۶۳

۱۴۳	۳-۱۰ نگهداری ذهنی فاصله
۱۴۴	۲-۱۰ نگهداری ذهنی طول
۱۴۵	۵-۱۰ اندازه‌گیری طول
۱۴۸	۶-۱۰ اندازه‌گیری سطح
۱۴۲	۷-۱۰ اندازه‌گیری سطح با واحدهای انتخابی
۱۴۳	۸-۱۰ اندازه‌گیری سطح یا سائز مترمربع
۱۴۴	۹-۱۰ اندازه‌گیری سطح با مترمربع
۱۴۵	۱۰-۹-۱۰ روش آموزش مساحت بعضی از اشکال هندسی
۱۴۷	۱۰-۱۰ اندازه‌گیری حجم
۱۸۰	خلاصه فصل دهم
۱۸۰	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل دهم
۱۸۳	فصل یازدهم: شکل‌گیری مفهوم کسرها روش تدریس کسر متعارفی
۱۸۳	هدف کلی
۱۸۳	هدف‌های یادگیری
۱۸۳	مقدمه
۱۸۵	۱-۱۱ مقدمه‌های درباره اعداد
۱۸۷	۲-۱۱ تدریس کسر متعارفی
۱۹۰	۳-۱۱ مراحل تدریس کسرهای متعارفی
۱۹۰	۴-۱۱ روش ماریا موتسموری در آموزش کسرها
۱۹۳	۵-۱۱ عملیات چهار عمل اصلی کسرها با کسرهای متعارفی
۱۹۸	۶-۱۱ کسرهای بزرگ‌تر از واحد
۲۰۰	۷-۱۱ روش تدریس جمع و تفریق کسرهای متعارفی
۲۰۲	۸-۱۱ روش تدریس ضرب کسر متعارفی
۲۰۷	۹-۱۱ تدریس تقسیم کسر متعارفی
۲۱۰	۱۰-۱۱ تقسیم کسر بر عدد صحیح و برعکس
۲۱۲	خلاصه فصل یازدهم
۲۱۲	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل یازدهم
۲۱۵	فصل دوازدهم: شکل‌گیری مفاهیم اعشار و درصد
۲۱۵	هدف کلی
۲۱۵	هدف‌های یادگیری
۲۱۵	مقدمه
۲۲۰	۱-۱۲ شیوه تبدیل کسرهای اعشاری به کسر متعارفی
۲۲۱	۲-۱۲ جمع و تفریق کسرهای اعشاری
۲۲۲	۳-۱۲ ضرب کسرهای اعشاری
۲۲۲	۴-۱۲ نمونه‌ای از ضرب اعداد اعشاری در اعداد دورقمی

۱۰۰	۳-۸ مراحل تدریس جمع
۱۰۰	۱-۳-۸ تدریس جمع‌های اساسی
۱۰۲	۲-۳-۸ جمع اعداد دو رقمی با یک رقمی
۱۰۶	۳-۳-۸ روش تدریس جمع‌های با انتقال
۱۰۸	۴-۳-۸ روش تدریس تفریق
۱۱۱	۵-۳-۸ مراحل تدریس تفریق
۱۱۳	۶-۳-۸ تدریس ستونی تفریق
۱۱۲	۷-۳-۸ تفریق‌های چندرقمی (بدون انتقال)
۱۱۸	۸-۳-۸ حالت‌های خاص در تفریق
۱۱۹	۹-۳-۸ روش تدریس ضرب
۱۲۰	۱۰-۳-۸ ضرب مجموعه‌ها
۱۳۰	۱۰-۳-۸ روش تدریس تقسیم
۱۳۵	۱۰-۳-۸ تقسیم چندرقمی بر یک‌رقمی
۱۳۷	۱۰-۳-۸ تقسیم چندرقمی بر چندرقمی
۱۴۰	خلاصه فصل هشتم
۱۴۱	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل هشتم
۱۴۳	فصل نهم: شکل‌گیری معانی اعمال حسابی تفکر جبری، تعمیم، الگویابی، تابع‌ها، تفکر هندسی
۱۴۳	مفاهیم هندسه، استدلال‌کردن و تصمیم‌گیری
۱۴۳	هدف کلی
۱۴۳	هدف‌های یادگیری
۱۴۴	مقدمه
۱۴۴	۱-۹ شکل‌گیری معانی اعمال حسابی
۱۴۵	۲-۹ شکل‌گیری تفکر جبری، تعمیم، الگویابی و تابع‌ها
۱۴۷	۳-۹ شکل‌گیری تفکر هندسی و مفاهیم هندسه
۱۵۲	۴-۹ استدلال‌کردن و تصمیم‌گیری
۱۵۵	خلاصه فصل نهم
۱۵۶	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل نهم
۱۵۹	فصل دهم: شکل‌گیری مفاهیم اندازه‌گیری
۱۵۹	هدف کلی
۱۵۹	هدف‌های یادگیری
۱۵۹	مقدمه
۱۶۱	۱-۱۰ پیش‌نیازهای مربوط به کلاس درس اندازه‌گیری
۱۶۱	۱-۱۰-۱۰ موقعیت تدریس اندازه‌گیری
۱۶۲	۲-۱۰-۱۰ تقسیم فضایی اشیا
۱۶۲	۳-۱۰-۱۰ مفهوم بیشتری و کمتری

۲۲۳	۵-۱۲ ضرب کسر اعشاری در کسر اعشاری
۲۲۴	۶-۱۲ تقسیم کسرهای اعشاری
۲۲۴	۱-۶-۱۲ تقسیم کسر اعشاری به عدد صحیح
۲۲۵	۲-۶-۱۲ تقسیم عدد صحیح و کسر اعشاری به کسر اعشاری
۲۲۶	۷-۱۲ درصد
۲۲۸	خلاصه فصل دوازدهم
۲۲۸	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل پنجم
۲۲۹	فصل سیزدهم: شکل‌گیری مفاهیم تجزیه و تحلیل داده‌ها و احتمال
۲۲۹	هدف کلی
۲۲۹	هدف‌های یادگیری
۲۲۹	مقدمه
۲۳۰	۱-۱۳ مراحل تحلیل داده
۲۳۰	۲-۱۳ الزامات داده
۲۳۱	۳-۱۳ جمع‌آوری داده
۲۳۱	۴-۱۳ پردازش داده
۲۳۲	۵-۱۳ پاک‌سازی داده
۲۳۲	۶-۱۳ تجزیه و تحلیل داده اکتشافی
۲۳۲	۷-۱۳ مدل‌سازی و الگوریتم
۲۳۳	۸-۱۳ محصول داده
۲۳۳	۹-۱۳ ارتباط
۲۳۳	خلاصه فصل سیزدهم
۲۳۴	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل سیزدهم
۲۳۴	
۲۳۷	پاسخنامه
۲۳۹	منابع

بخش اول

مبانی تدریس ریاضی

فصل اول

ماهیت ریاضی و یادگیری آن در دوره پیش دبستان

هدف کلی

آشنایی با ماهیت ریاضی در دوره پیش دبستانی

هدف‌های یادگیری

پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:

۱. مفهوم عدد را شرح دهید.
۲. الگوها و روابط را توضیح دهید.
۳. هندسه و درک فضایی را توضیح دهید.
۴. اندازه‌گیری را توضیح دهید.
۵. جمع‌آوری داده‌ها، سازمان‌دهی داده‌ها و نمایش داده‌ها را توضیح دهید.

مقدمه

کودکان هنگامی که شما سر میز، به یک نفر بیسکوئیت می‌دهید، از ظرفی به ظرف دیگر آب می‌ریزید، دگمه‌های بزرگ را در یک دسته و دگمه‌های کوچک را در دسته دیگری می‌گذارید و یا مطابق ریتمی دست می‌زنید، در حال یادگیری ریاضی هستند. در واقع بخش اعظم آموزش ریاضی در پیش دبستان همین تجربه‌های روزانه کودکان است. علاوه بر آن، دانش مربیان از ماهیت و محتوای آموزش ریاضی در پیش دبستان،

اطلاعات و مفاهیمی را مشخص می‌کند که برای توسعه و رشد تفکر ریاضی کودکان لازم است.

از مؤلفه‌های آموزش ریاضی در پیش‌دبستان براساس استانداردهای ملی در ریاضیات (NCTM، ۲۰۰۰) مؤلفه‌ها یا موضوعات (مفاهیم) آموزش ریاضی در پیش‌دبستان عبارت‌اند از:

۱. مفهوم عدد
 ۲. الگوها و روابط
 ۳. هندسه و درک فضایی
 ۴. اندازه‌گیری
 ۵. جمع‌آوری داده‌ها، سازمان‌دهی داده‌ها و نمایش داده‌ها
- در زیر به معرفی این پنج مؤلفه مهمی که در آموزش ریاضی در پیش‌دبستان باید به آنها توجه داشت، می‌پردازیم:

۱-۱ مؤلفه اول در آموزش ریاضی در پیش‌دبستان: مفهوم عدد

مفهوم عدد اساس آموزش ریاضی در پیش‌دبستان است. هنگامی که کودکان اشیا را کاوش می‌کنند، با آنها دست‌ورزی و آنها را مرتب می‌کنند و نیز هنگامی که تفکر ریاضی‌شان را با بزرگسالان و بچه‌های دیگر در میان می‌گذارند، مفاهیم ریاضی به تدریج رشد می‌کنند.

گفته می‌شود کودکان هنگامی عدد را حس می‌کنند که درباره اعداد و روابط آنها ششم یا حس ششم (درون یافت) خوبی داشته باشند. هنگامی کودکان درکی از اعداد به دست می‌آورند که به عنوان مثال، درک می‌کنند که «سه» واقعاً چه معنی‌ای می‌دهد و اینکه سه تایی با عدد ۳+ یا کلمه «سه» با یک مجموعه با سه شیء نمایش داده می‌شود. کودکان شروع به کاوش درباره روابط بین کمیت‌ها مانند بیشتر، کمتر یا تعداد مساوی می‌کنند.

اشاره کردیم که مفهوم عدد یکی از مؤلفه‌های آموزش ریاضی در پیش‌دبستان است و منظور ما از مفهوم عدد در آموزش ریاضی به کودکان پیش‌دبستان شامل مفاهیم «شمارش»، «تناظر یک به یک»، «کمیت»، «مقایسه‌ها» و «نمادهای عددی» است که در ادامه

توضیحاتی درباره هر یک از مفاهیم عددی که در آموزش ریاضی به کودکان پیش‌دبستان باید مدنظر قرار داد را معرفی می‌کنیم.

شمارش، شمارش یکی از اولین مفاهیم عدد است که پدیدار می‌شود. این توانایی با رشد مهارت‌های شمارش شفاهی یا شمارش «طوطی‌واره» گاهی از دو سالگی شروع می‌شود. معنی ساده شمارش طوطی‌وار «به یاد داشتن دنباله‌ای از اعداد» است. مهارت‌های شمارش از روی حافظه (شمارش طوطی‌وار با شمارش بی‌معنی)، هنگامی رشد می‌کنند که کودکان به صورت دسته جمعی آوازه‌های عددی بخوانند. بازی‌های انگشتی کنند و ترانه‌ها یا جملات قافیه‌دار مربوط به اعداد را بخوانند.

تناظر یک به یک (مقایسه یک به یک). به دنبال شمارش «بی‌معنی» می‌آید. تناظر یک به یک عبارت‌است از ارتباط دادن یک عدد و تنها یک عدد با یکی از عضوهای یک مجموعه. این شیوه باید در خلال روز در بخش‌های رغبت و کارهای معمولی روزانه الگو قرار داده شود و اغلب باید به‌طور مستقیم آموزش داده می‌شود. گاهی اوقات کودکان یک شیء را دوبار می‌شمرند. می‌توانید راهبردهایی را به کودکان به صورت الگو بدهید تا به آنها کمک کنید تا مثلاً با کنار گذاشتن هر شیء بعد از شمرده شدن، از شمارش دوباره یک شیء جلوگیری شود.

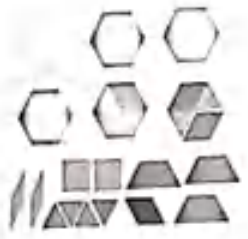
کمیت، مقایسه‌ها و نمادهای عددی. کمیت یک مجموعه، یعنی کل اشیا آن مجموعه (دانستن اینکه آخرین شیء شمرده شده در یک مجموعه کل اشیا آن مجموعه را بیان می‌کند). اگر از کودکی بخواهید سه عدد شکلات برایتان بیاورد و هر سه شکلات و نه فقط سومین شکلات را، برای شما بیاورد، این کودک احتمالاً کمیت را درک کرده است. کودکی که ترتیب عدد را درک می‌کند، می‌داند که اگر سه شکلات را از چپ به راست یا از راست به چپ بشمارد، تعدادش تغییر نمی‌کند. مقایسه مجموعه‌ها موجب می‌شود تا کودک معنی کلمات بزرگ‌تر از، کوچک‌تر از و هم‌اندازه را بداند.

کودکان خردسال می‌توانند اسامی عددها را یاد بگیرند بدون آنکه مفهوم ریاضی آنها را بدانند. مفهوم یک نماد عددی، مانند ۳، ارتباط دادن آن با یک مجموعه سه‌تایی است. نمادهای عددی (برای کودکان) تنها هنگامی معنی دارند که برای معرفی کمیت‌ها آورده شوند. مربیان باید به جای آموزش اعداد به تنهایی، آنها را به عنوان نمادهایی برای کمیت‌ها آموزش دهند.

وقتی با قطعات پلاستیکی وصل شوند (مانند مکعب‌های چینه) بازی می‌کنند الگویی بسازند (سفید، آبی، سبز؛ سفید، آبی، سبز).

۵-۱ مؤلفه سوم در آموزش ریاضی در پیش دبستان: هندسه و درک فضایی

هندسه و درک فضایی عبارت‌است از شناخت شکل‌ها و ساختارها در محیط. کودکان شکل دوبعدی و سه‌بعدی را هنگامی یاد می‌گیرند و از این دانستن استفاده می‌کنند که به آن‌ها فرصت‌هایی بدهید تا با قطعات و مکعب‌های خانه‌سازی، طرح‌هایی خلق کنند، نقاشی بکشند، رنگ آمیزی کنند و برای کار هنری خود شکل‌هایی را (با فیجی) ببرند و نیز مکعب‌ها را در قفسه‌ها مرتب بچینند و در محیط و در فضای باز شکل‌هایی را پیدا کنند.



شکل ۱-۱

کودکان در ابتدا، یاد می‌گیرند تا شکل‌های ساده هندسی مانند مثلث‌ها، دایره‌ها و مربع‌ها را بشناسند. در مرحله بعد، مشخصات این شکل‌ها را یاد می‌گیرند (مانند اینکه مربع چهار ضلع دارد). در سطح بالاتر، کودکان استفاده از استدلال را در کار کردن با شکل‌ها آغاز می‌کنند (مانند اینکه باید یک مثلث باشد زیرا سه ضلع دارد). مریان می‌تواند با توضیح شکل‌هایی که کودکان خلق کرده یا پیدا کرده‌اند، این درک آن‌ها را تقویت کند.

کودکان، با آگاهی از مکان خودشان نسبت به دنیای اطرافشان، به درک ریاضی می‌رسند از طریق تجربه‌هایی که شما به کودکان ارائه می‌دهید، آن‌ها در مورد مکان و وضعیت چیزها (روی، خارج، بالای، زیر، داخل، خارج، پشت، زیر) حرکت (به سمت عقب، جلو، اطراف، از میان، آن سوی، بالا، پایین و غیره) و فاصله (نزدیک، دور، بعد) یاد می‌گیرند. وقتی به کودکان فرصت دست ورزی اشیا و شکل‌ها را می‌دهید، یاد می‌گیرند عملکرد اشیا را پیش‌بینی کنند (برای مثال، اگر این شکل را وارونه کنم چه می‌شود؟)

۲-۱ نشانه‌های درک کودکان پیش دبستان از مفهوم عدد

توجه کنند یک فنجان با ریختن پنج فاشق آرد (شن) پر می‌شود. پیش‌بینی کنند برای ساختن یک دیوار ده مکعب پلاستیکی لازم است و بعد از انجام دادن آن، تعداد آن‌ها را بشمارند و ببینند که پیش‌بینی‌شان درست است. پنج کودکی که می‌خواهند قنای بخورند را بشمرند و برای آن‌ها پنج بشقاب، پنج فاشق و پنج چنگال بگذارند.

۳-۱ مؤلفه دوم در آموزش ریاضی در پیش دبستان: الگوها و روابط

الگوها ترتیب منظم اشیا، اشکال و اعداد هستند. شناخت الگو به کودکان امکان می‌دهد تا روابط بین اشیا را بشناسند و آن‌ها را به ترکیبات عددی و شمردن تعمیم دهند. شناخت الگوها و روابط موضوعی است که نه تنها در آموزش ریاضی در پیش دبستان، کاربرد دارد بلکه موضوعی است که کودکان در علوم و سوادآموزی نیز به‌کار خواهند برد. هدف از قراردادن الگوها و روابط به‌عنوان یکی از مؤلفه‌های آموزش ریاضی در پیش دبستان این است که کودکان الگوهای ساده را بشناسند، به آن‌ها دقیق شوند، آن‌ها را کپی کنند، مانند آن‌ها را بسازند و ادامه آن‌ها را پیش‌بینی کنند. کودکان پیش‌دستانی می‌توانند به‌سرعت مفهوم الگوهای آشنا را کسب کنند. وقتی یک الگویی از مهره‌ها (برای مثال قرمز- آبی؛ قرمز- آبی) را می‌خوانید، بچه‌ها با شما هم‌صدا می‌شوند. بعد از شناخت الگوهای ساده، کودکان می‌توانند الگویی که می‌شنوند یا می‌بینند را کپی کنند. کودکان برای آنکه الگویی را ادامه دهند، باید پیش‌بینی کنند که در دنباله این الگو چه عددی می‌آید. کودکان حتی می‌توانند الگویی را خودشان خلق کنند، اما اغلب قوانینی را که خلق کرده‌اند به‌صورت ساده‌ای دنبال نمی‌کنند.

۴-۱ نشانه‌های درک کودکان پیش دبستان از الگوها و روابط

ماشین‌های کوچک را در یک سری قرمز، سیاه، قرمز، سیاه، قرمز، سیاه ... ردیف کنند. وقتی نقاشی می‌کشند، رنگ‌های اضافی را دور (کادر) نقاشی را پاک کنند. الگوی زینبیک را در صدای دست‌زدن بسازند: دست، دست، دست - دست، دست، دست.

۶-۱ نشانه‌های درک کودکان پیش دبستان از هندسه و فضا
اگر یک صفحه ساعت بشکافند هندسه و تعدادی کش داشته باشند شکل‌های هندسی بسازند.

بگوید: «تولیت را داخل نرده بگذار. می‌خواهم اسم از روی نرده بپرده»
ترجیح بدهد به اینکه حباب‌ها شبیه دایره هستند.
از جیب‌های خالی، لوله‌های طرف‌های مختلف برای ساختن یک مکان بازی
تخیلی استفاده کنند.

۷-۱ مؤلفه چهارم در آموزش ریاضی در پیش دبستان: اندازه‌گیری

ماهیت‌های اندازه‌گیری به‌عنوان یکی از مؤلفه‌ها یا بخش‌های اصلی آموزش ریاضی در پیش دبستان، بر رشد درک کودکان از اصول و به‌کارگیری اندازه‌گیری متمرکز است. کودکان اگر فرصت استفاده از وسایل و نیز شرکت در کارهای عملی را داشته باشند، درباره اندازه‌گیری یاد می‌گیرند.

کودکان در اولین گام، بدون استفاده از ابزارهای اندازه‌گیری، چیزها را مقایسه می‌کنند. آن‌ها با استفاده از وسایلی که برای بازی عرضه می‌کنند مفاهیم زیر را یاد می‌گیرند: درازتر، کوتاه‌تر، سنگین‌تر، سبک‌تر، تندتر، آهسته‌تر. سپس یاد می‌گیرند تا از مقیاس‌های (واحد‌های اندازه‌گیری) غیر استاندارد مانند یک کش، یک تکه نخ یا روبان، یا حتی وجب برای اندازه‌گیری یک شیء استفاده کنند.

آموزش رسمی اندازه‌گیری که در آن واحد‌های استاندارد مانند ساعت (برای اندازه‌گیری زمان) خط کش، پیمانه‌ها، حرارت‌سنج و ظروف یا پیمانه‌های اندازه‌گیری تعیین می‌شوند، معمولاً در اواخر دوره پیش دبستان و سال‌های اول دبستان داده می‌شود. با وجود این، اگر این وسایل اندازه‌گیری در اختیار کودکان باشند، این وسایل را ولرمی کرد و در بازی‌های خود از آن‌ها استفاده خواهند کرد.

۸-۱ نشانه‌های درک کودکان پیش دبستان از اندازه‌گیری

عناکلی که معلم ساعت شنی را به‌کار می‌اندازد، متوجه می‌شوند که وقت کسی برای جمع‌وجور کردن و نظافت دارند.

از واحدهای آجری برای اندازه‌گیری میز استفاده کنند.
بشمارند چندتا فنجان از شن‌ها برای پر کردن سطل کوچک پلاستیکی لازم است.
برای اندازه‌گیری طول یک قالیچه از یک تکه روبان استفاده کنند.

۹-۱ مؤلفه پنجم در آموزش ریاضی در پیش دبستان

۱-۹-۱ جمع‌آوری داده‌ها، سازمان‌دهی داده‌ها و نمایش داده‌ها

جمع‌آوری داده‌ها، سازمان‌دهی و نمایش داده‌ها در پیش از دبستان که آخرین بخش از آموزش ریاضی در پیش دبستان است، شامل مرتب‌کردن، طبقه‌بندی کردن، با نمودار نشان دادن، شمارش، اندازه‌گیری و مقایسه است. آموزش هر یک از این مفاهیم می‌تواند بر اساس تمایل طبیعی کودکان در ساختن مجموعه‌های (کلکسیون) از اشیاء انجام شود.

مسکن است کودکان بخشی از عمل جمع‌آوری را بدون داشتن برنامه‌ای در ذهنشان، (مثلاً ضمن یک بازی و سرگرمی) به‌صورت مرتب‌کردن و مجموعه‌سازی با اشیاء شروع کنند. بعد از این مرحله، به‌صورت هدف‌دارتری اشیاء را برای مثال، برحسب ویژگی‌هایی مانند رنگ، شکل یا اندازه مرتب می‌کنند. کودکان می‌توانند با رشد و بهبود بخشیدن مهارت‌ها، اشیاء را با بیشتر از یک مشخصه طبقه‌بندی کنند. می‌توانند با تشویق کودکان به صحبت کردن درباره معیارهای طبقه‌بندی‌شان، این توانایی را تقویت کنید.

نمایش با نمودار، ادامه مرتب‌کردن و طبقه‌بندی کردن است. یک نمودار، اطلاعات را به‌صورت دیداری منظم می‌کند تا به کودکان کمک شود روابط را ببینند. نمایش با نمودار راهی برای کودکان است تا بتوانند انواع اطلاعات را به شکل‌های مختلف نمایش دهند. نموداری از انواع کش‌هایی که بچه‌ها پوشیده‌اند می‌تواند از نمایش عینی کش‌ها شروع شود و تا نمایش نمادین آن‌ها رشد کند.

بعد از اینکه کودکان یک نمودار ساختند، می‌توانند از آن برای تحلیل و تفسیر داده‌ها استفاده کنند. این مرحله شامل مقایسه کردن، شمارش، جمع و تفریق و نیز استفاده از عباراتی مانند بیشتر از، کمتر از، مساوی با و نامساوی است. این نمودار، بعد از آنکه کودکان برگ‌های انواع درختان را در یک راه پیمایی جمع کرده‌اند، ساخته شده است. یک معلم برای اینکه کمک کند تا کودکان نمودار بالا را تفسیر کنند، می‌تواند سؤالات زیر را مطرح کند:

۳ این نمودار به ما چه می گوید؟
 ۴ چه برگی را بیشتر از همه جمع کرده ایم؟
 ۵ تعداد برگ هایی که مساوی هستند (یکی هستند)؟ از کجا می فهمیم؟
 نشانه های درک کودکان پیش دبستان از جمع آوری داده ها، سازمان دهی و نمایش

داده ها:

دو مجموعه از عروسک ها را درست کنند، یک گروه با کفش و گروه دیگر بدون

کفش

نموداری از برجسها را بر حسب رنگ آنها درست کنند.
 هنگام نظر خواهی در مورد اینکه چه کسی آب میوه و چه کسی شیر می خورد، در مقابل آری یا نه علامت بزنند.
 بعد از آزمایش در یک ظرف آب، تصویری بکشند تا نشان دهد کدام شسه در آب فرو می رود و کدام فرو نمی رود.

خلاصه فصل اول

در این فصل با مزلقه های آموزش ریاضی در پیش دبستان و چگونگی استفاده از این روش ها و مفاهیم برای تدریس در کلاس خود آشنا شدید. به طور خلاصه آنچه ما در این فصل عنوان نمودیم ۱. مفهوم عدد ۲. الگوها و روابط ۳. هندسه و درک فضایی ۴. اندازه گیری ۵. جمع آوری داده ها، سازمان دهی داده ها و نمایش داده ها.

مفهوم عدد اساس آموزش ریاضی در پیش دبستان است. هنگامی که کودکان اشیا را کاوش می کنند، با آنها دست ورزی و آنها را مرتب می کنند و نیز هنگامی که تفکر ریاضی شان را با بزرگسالان و بچه های دیگر در میان می گذارند، مفاهیم ریاضی به تدریج رشد می کنند. الگوها ترتیبات منظم اشیا، اشکال و اعداد است. شناخت الگو به کودکان امکان می دهد تا روابط بین اشیا را بشناسند و آنها را به ترکیبات عددی و شمردن تعمیم دهند. هندسه و درک فضایی عبارتست از شناخت شکل ها و ساختارها در محیط. کودکان شکل دوبعدی و سه بعدی را هنگامی یاد می گیرند و از این دانستن استفاده می کنند که به آنها فرصت هایی بدهید تا با قطعات و معکب های خانه سازی، طرح هایی خلق کنند، نقاشی بکشند، رنگ آمیزی کنند. جمع آوری داده ها، سازمان دهی و نمایش

داده ها در پیش از دبستان که آخرین بخش از آموزش ریاضی در پیش دبستان است. شامل مرتب کردن، طبقه بندی کردن، با نمودار نشان دادن، شمارش، اندازه گیری و مقایسه است. امید است با استفاده از این مفاهیم و روش ها در کار تدریس خود موفق باشید.

خودآزمایی چهارگزینه ای فصل اول

با پاسخ دادن به نمونه هایی از پرسش های امتحانی خود را بیازمایید.

- کدام گزینه به کودکان امکان می دهد تا روابط بین اشیا را بشناسند؟
 الف) مفهوم عدد
 ب) هندسه و درک فضایی
 ج) شناخت الگو
 د) جمع آوری داده ها
- در شناخت شکل ها و ساختارها در محیط کودکان شکل دوبعدی و سه بعدی را نشان می دهد.
 الف) مفهوم عدد
 ب) هندسه و درک فضایی
 ج) شناخت الگو
 د) جمع آوری داده ها

۳. کدام گزینه شامل مفهوم عدد در آموزش ریاضی به کودکان پیش دبستان نمی باشد؟

- الف) شمارش
- ب) تناظر یک به یک
- ج) شناخت الگو
- د) کمیت، مقایسه ها

۴. آخرین بخش از آموزش ریاضی در پیش دبستان کدام گزینه است؟

- الف) مفهوم عدد
- ب) هندسه و درک فضایی
- ج) شناخت الگو
- د) جمع آوری داده ها

۵. اساس آموزش ریاضی در پیش دبستان کدام گزینه است؟

- الف) مفهوم عدد
- ب) هندسه و درک فضایی
- ج) شناخت الگو
- د) جمع آوری داده ها

فصل دوم

ماهیت ریاضی و یادگیری آن در دوره دبستان

هدف کلی

آشنایی با ماهیت ریاضی و یادگیری آن در دوره دبستان

هدف‌های یادگیری

پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:

۱. هدف کلی آموزش ریاضی در دوره دبستان را بیان کنید.
۲. مفهوم چگونگی رسیدن به هدف‌ها را شرح دهید.
۳. تقسیم‌بندی کلی روش‌های تدریس ریاضی را با ذکر مثال تشریح کنید.
۴. روش‌های دانش‌آموزمحور را شرح دهید.
۵. روش‌های نوین تدریس قابل استفاده در دوره دبستان را تدریس کنید.
۶. تدریس روش استفاده از شبیه‌سازی را با ذکر مثال شرح دهید.
۷. روش کاوشگری را توضیح دهید.
۸. خصوصیات بارز روش کاوشگری را با ذکر مثال نام ببرید.

مقدمه

مرکز شناخت‌شناسی ژنو، براساس تحقیقات خود، مغز انسان را دارای ده توانایی بالقوه به‌عنوان طیف ده‌گانه توانایی‌های ذهنی (عقلی یا تفکر) از قرار: یادآوری، مقایسه،

گروه بندی، استقرا، قیاس، تعمیم، تجزیه و تحلیل، تصور، ترکیب و ارزشیابی می‌داند. رشد تفکر و دستیابی به تفکر منطقی به عنوان هدف محوری هر نظام آموزشی به معنای رشد و پرورش این ابعاد ده گانه می‌باشد. این توانایی‌ها در خلال پرورش نمی‌یابند و نیاز به بستری برای رشد دارند. این بستر چیزی جز مجموعه فعالیت‌هایی که این ابعاد ده گانه را توسط خود فرد در عمل به کار گیرد، نمی‌تواند باشد.

به عبارتی دیگر، رشد یکایک این توانایی‌ها منوط به کاربرد آن‌ها در جریان یادگیری توسط خود فرد است. بر اساس نظریات همان مرکز، یادگیری عبارت است از ساختن انگاره (الگو، طرح، تصور، ایده، شعاع...) جدیدی در ذهن و بسا گسترش و تعمیم انگاره‌های موجود. گسترش به معنی افزودن ابعاد جدیدی به انگاره‌های قبلی بر اساس تغییرات و تفاوت‌های فعلی موجود در محیط، انگاره‌ها نیز تنها و تنها توسط خود فرد می‌تواند ساخته شوند و گسترش یابند. یعنی امکان انتقال هیچ انگاره با مفهومی به ذهن فراگیر توسط دیگران میسر نیست. مفهوم، یاد گرفته می‌شود یعنی فراگیر از وزای تجربیات، مشاهدات و جمع‌بندی‌های خود، به برداشتی ذهنی از یک شیء یا پدیده دست می‌یابد. برای مثال هیچ راهی برای انتقال مفهوم مزه شوری یا بیابان و وصف آن وجود ندارد.

تنها و تنها تجربه خود فرد، یعنی چشیدن شوری می‌تواند منجر به شکل مفهوم و ساختن انگاره شوری در ذهن وی شود. به بیانی دیگر، ساختارهای ذهنی، سیستم‌های ارتباط بین انگاره‌ها هستند که می‌تواند از فردی به فرد دیگر و از لحظه‌ای به لحظه‌ای دیگر، هم از نظر نوع سیستم انتخابی و هم از نظر مجموعه انگاره‌های مرتبط شده متفاوت باشند. رفتارهای انسانی در موقعیت‌های مختلف و یا در مورد یک پدیده ثابت بر اساس همین تنوع در سیستم ارتباط و انگاره‌های مرتبط می‌تواند متفاوت باشد و نیز در مواقعی که به اصطلاح سرعت انتقال نداریم، بدان معنی است که ارتباط سریع و به موقع را با انگاره مربوطه، که قبلاً آموخته و در سازمان تفکر و ساختار تفکر موجود است، برقرار نمی‌کنیم. بر این منوال، ساختارهای ذهنی، مجموعه معلومات و آموخته‌ها نیستند بلکه مجموعه شبکه‌ها، سبک‌ها و یا سیستم‌های ارتباطی بین آموخته‌ها (انگاره‌ها) می‌باشند. با بیانی دیگر، ساختار و سازمان تفکر و ذهن هر فرد، حاصل طرح، برنامه، نقشه، تکنیک، ناکبک، خط‌مشی و استراتژی است که برای برخورد با یک موضوع انتخاب

می‌کند. بنابراین آنچه که در یک نظام آموزشی مهم و اساسی است، پرورش و گسترش همین ساختارهای ذهنی به صورت منطقی است. از میان مواد آموزشی، علم ریاضی به خاطر ماهیت انتزاعی و ذهنی که دارد، مؤثرترین ابزار در گسترش و پرورش ساختارهای منطقی و فرایندهای ذهنی است. ریاضیات و مفاهیم آن برخلاف بسیاری از مفاهیم علوم تجربی (که در حیطه محسوس آدمی قرار دارند)، عمدتاً ذهنی و انتزاعی هستند و به صورت اشیای مادی، وجود خارجی ندارند. یعنی بسیاری از مفاهیم ریاضی تصوراتی هستند از اشیا که ترجمان آن به همان صورت ذهنی در دنیای واقعی میسر نیست. مانند مفاهیم نقطه و صفحه.

از طرفی بسیاری دیگر از مفاهیم ریاضی ماهیت خارجی و وجودی در محیط خارج به خودی خود ندارند، بلکه ساخته و پرداخته و ابداع ذهن انسان هستند که به محیط خارج و اشیای درون آن نسبت داده شده‌اند و این انتساب مانند مفاهیم علوم تجربی در ذات اجسام و اشیای جهان مادی به عنوان خاصیت ثابت و پایدار آن‌ها در بیشتر موارد مصداق ندارد.

از طرف دیگر در حالی که مفاهیم علوم تجربی و خواص نسبت داده شده به اجسام و اشیا و پدیده‌ها تغییر پذیرند یا در شرایطی صحت و شمول خود را از دست می‌دهند، مفاهیم ریاضی دارای منطق مطلق هستند، یعنی در همه جا و همه وقت و در هر شرایطی ثابت‌اند. این پایداری منطق ریاضی به عنوان «قوانین» نظم دهنده و مسلط بر فرایندهای ذهنی، هماهنگی، گسترش، قانون‌مند کردن فرایندهای تفکر به صورت منطقی دارند. در حقیقت در فراگیری ریاضیات به خاطر ماهیت ذاتی این علم، ضمن دستیابی به کانال‌های جدید ارتباطی بین انگاره‌های موجود، امکان پرورش و گسترش فرایندهای ذهنی در یک سیستم کاملاً منطقی، به خاطر منطق قوی، مؤثر و خلل ناپذیر حاکم بر اصول و مفاهیم ریاضی، میسر است.

در عین حال همین ویژگی ریاضیات یعنی عدم امکان احساس (چشیدن، بویدن، لمس کردن، شنیدن و دیدن) مفاهیم آن، یادگیری و آموزش آن را نسبت به علوم دیگر مشکل‌تر و روش‌های آموزشی و مطالعه آن را خاص کرده است و نمی‌توان دقیقاً مشخص کرد که ریاضیات چگونه یاد گرفته می‌شود و در نتیجه (به خاطر وابستگی روش‌های آموزشی به روندهای یادگیری) انتخاب و داوری در مورد پدید آوردن شرایط برای فراگیری

بهرتر و سهل‌تر چندان آسان نیست. اما می‌توان فهرستی از احکام حاکم بر فراگیری یا آموزش ریاضی ارائه داد که محمل اجرایی برای گستره محتوای ریاضی باشد.

این فهرست شامل رهنمودها و یا پیشنهادات تجربی شده است. مهم‌ترین پیشنهاد و نکته آن است که محیط و فضای یادگیری باید مجال انتخاب آزادانه و فعالیت فردی در روش اجرایی را به فراگیر بدهد. سؤال عمده آن است که مجموعه تلاش‌ها و عملکردها و روش‌های مدرس چگونه باشد که در این فضای آزاد و مناسب، امکان انتخاب درست فرایندهای تفکر را برای انتزاع مفهوم موردنظر و تجلی آنرا به صورت رفتار ریاضی به فراگیر بدهد. مثال زیر یک نمونه از این فضا است که در آن فراگیر در جریان عملکردهای حسی و فیزیکی خود، بر پایه روش‌ها و روندهای خاص اکتسابی و انفرادی خود، تحت هدایت معلم، نه تنها یک مفهوم ریاضی را برای خود انتزاع می‌کند بلکه به پرورش مهارت‌های دیگری در زمینه‌های: فرایندهای تفکر، حرکتی و فیزیکی، اجتماعی، مشارکت، همکاری و ... دست می‌یابد.

در این مدل آموزشی به معیارهای تجربی یعنی به وجود آوردن زیربنایی عینی برای مفهوم انتزاعی ریاضی توجه شده است و نقش شهود و احساس تئورسی در ابداع‌های ریاضی، نه بر زمینه نبی، بلکه بر زمینه‌ای از دانش واقعی استوار گردیده است.

فاز اول - مرحله جمع‌آوری داده‌ها: در این مثال، هدف، آموزش فرمول محاسبه محیط دایره است. به این منظور، معلم دایره‌ای روی تابلو می‌کشد و با مرور ویژگی‌های دایره (تعریف دایره، شعاع، قطر) در یک روند پرسش و پاسخ عنوان می‌کند که چگونه می‌توان محیط دایره را اندازه گرفت؟ معلم، پس از ارائه برخی روش‌های اندازه‌گیری توسط دانش‌آموزان، صفحه‌ای شامل ۶ دایره به شعاع‌های متفاوت را به دانش‌آموزان، که در گروه‌های سه‌تایی دسته‌بندی شده‌اند، می‌دهد و از آن‌ها می‌خواهد که شعاع، قطر و محیط دایره را اندازه بگیرند.

در فرایند این عمل، گروهی با چسباندن دایره‌ها روی یک مقوای نرم و فروکردن تعداد زیادی سنجاق روی محیط هر دایره و حائل کردن یک نخ در پای سنجاق‌ها، محیط‌ها را اندازه می‌گیرند. گروهی دیگر با چسباندن دایره‌ها روی مقوای سختی و قیچی کردن هر دایره و قرار دادن نخ به دور فرص‌های بریده‌شده، محیط را اندازه می‌گیرند. گروهی دیگر، دایره‌های چسبانده‌شده روی مقوای با قیچی جدا می‌کند و یکی از

شعاع‌های آن‌ها را به عنوان نشانه رسم کرده و هر دایره را روی خط راستی به اندازه یک دور می‌چرخاند و با استفاده از نشانه‌گذاری انجام شده، محیط را اندازه می‌گیرد. این آزادی عمل در انجام فعالیت‌ها علاوه بر آنکه موجبات بروز استعدادها و خلاقیت‌های فراگیران را فراهم می‌کند، روش و خط‌مشی خاصی را به فراگیر تحمیل نمی‌کند، که این خود فرصتی است برای تغییر یا تصحیح نارسایی‌ها یا اشکالات در ساختار فکری و فرایندهای تفکری که احتمالاً منجر به عملکردهای مناسب و یا راحت و مطلوب نشده‌اند.

پس از اتمام جدول شماره یک توسط دانش‌آموزان، معلم جدولی شبیه آن را روی تابلو، رسم و میانگین اندازه‌گیری‌های گروه‌های کلاسی برای هر دایره را در جدول وارد می‌کند. توجه کنید که منظم کردن، جدول‌بندی و تنظیم نتایج فعالیت‌های دانش‌آموزان، برعهده معلم بود. سپس معلم از گروه‌ها می‌خواهد که ستونی دیگر را به جدول شماره ۲ اضافه کنند و در آن محیط اندازه‌گرفته شده هر دایره را به قطر آن تقسیم و حاصل را در جدول وارد کنند. مجدداً خود معلم، میانگین اعداد به دست آمده را در ستونی دیگر که به جدول شماره (۲) اضافه می‌کند، می‌نویسد و نهایتاً از آنجا که امکان به دست آمدن عدد دقیق وجود ندارد، مقدار آن را با بخشی در مورد خطاها، $3/14$ معرفی می‌کند. در این مدل آموزشی، اقدامات فوق تحت عنوان فاز اول و مرحله جمع‌آوری داده‌ها یا اطلاعات، شناخته و نام‌گذاری شده است.

فاز دوم - مرحله ابداع مفهوم: دانش‌آموزان در یک بحث گروهی که در آن معلم پیشنهاد می‌کند که رابطه‌ای برای محاسبه محیط دایره براساس تجربه‌های عینی انجام شده بیابند، شرکت می‌کنند و در نهایت خود رابطه را بیان می‌کنند.

$$\text{محیط دایره} = \text{قطر} \times 3/14$$

فاز سوم - تعمیم مفهوم: در این مرحله هدف، گسترش و تعمیم مفهوم به منظور عمومیت دادن مفهوم و یا یافتن موارد استثنا و همین افزایش مهارت‌ها و یادگیری بیشتر تا حد تسلط انجام می‌گیرد. فعالیت‌های طراحی شده توسط معلم برای این مرحله عبارتند از: الف) تعیین مرکز دایره‌ای که بر روی یک کاغذ معمولی رسم شده است (دایره نباید کوچک باشد)؛

ب) تعیین مرکز دایره‌ای که توسط معلم روی تابلو رسم می‌شود؛

ج) اندازه‌گیری محیط یک حوض نما که دارای لبه‌های بلند نسبت به سطح زمین است و سپس محاسبه قطر آن؛

د) اندازه‌گیری نظر این حوض و مقایسه آن با مقدار محاسبه‌شده.

این طرح آموزش تحت عنوان چرخه یادگیری با سه مرحله یا فاز، جمع‌آوری داده‌ها، ابداع مفهوم، تعمیق مفهوم به‌عنوان روش اکتشافی مطرح است. در این روش مفهوم توسط خود فراگیر از وزای تجربیات فردی و شخصیش، ولیکن تحت هدایت معلم و با تدارک فنی وسایل و ابزار و مواد توسط معلم، انتزاع می‌گردد. اعتقاد بر این است که در این روش فراگیر، خود شخصاً به آموزش خود براساس سرعت، توانایی و روش‌های انجام کار فردی خود می‌پردازد و یادگیری عمیق‌تر و پایدارتری خواهد داشت. علاوه بر آن، در این روش همان‌طور که ملاحظه می‌شود، کلاس مرکز فراموشی معلم و تسلیم‌پذیری دانش‌آموز نیست، بلکه در آن مجال بروز و اظهار دانش‌آموز و سه‌یابور در آوردن آنچه یاد می‌گیرد، به حد کافی داده شده است.

چنین روشی منجر به پرورش تفکری آزاد، منطقی و انتقادپذیر می‌گردد. از آن عملی که در نحوه انجام فعالیت‌ها و کار مشترک گروهی در بطن این روش وجود دارد، خود زمینه بسیار مساعد و ارزنده‌ای برای پرورش روحیه سازگاری، گذشت، همکاری، برون‌گرایی به‌جای درون‌گرایی و نکروی می‌گردد.

اگر می‌خواهیم در آینده، افرادی خلاق و متفکر بار آوریم و نه مقلد و تسلیم‌پذیر، باید در روش‌های آموزشی سستی که در آن معلم تنها مرجع و منبع دانش و معلومات است و دانش‌آموزان را مجبور به انجام امور براساس روش‌های از پیش تعیین شده خود می‌کند دست نکشیم. زیرا این روش‌ها نهایت مرفه‌باشند در آن است که دانش‌آموز را تسلیم‌پذیر بار می‌آورد و روحیه کنجکاوی و خلاقیت وی را که برای مواجهه‌شدن با مشکلات دنیای پر سرعت امروز، نیاز اصلی و اساسی است از وی سلب می‌کند.

۱-۲ هدف کلی آموزش ریاضی در دوره دبستان

هدف کلی آموزش و پرورش در دوره عمومی آماده‌ساختن فرد برای زندگی در تمام ابعاد است. لذا آن‌گونه که آنتونی و ولشاور (۲۰۱۲) بیان کرده‌اند آموزش ریاضی در این دوره باید در جهت تیل به هدف کلی زیر باشد:

ماهیت ریاضی و یادگیری آن در دوره دبستان ۱۹

الف) پرورش نظم فکری و درست‌اندیشیدن از طریق آموزش به‌کاربردن دانسته‌ها برای به‌دست آوردن نتیجه‌ها به این طریق دانش‌آموز با توجه به مراحل مختلف استدلال و نظم حاکم بر آن در بیان یک مطلب یا حل یک مسئله درمی‌یابد که چگونه می‌تواند دانسته‌های خود را برای به‌دست آوردن نتایج جدید به‌کار گیرد.

ب) ایجاد توانایی برای انجام محاسبات عددی در زندگی روزمره، به این طریق دانش‌آموز پس از اتمام دوره‌های همگانی قادر به انجام محاسباتی خواهد بود که در زندگی عادی به آن نیاز دارد، از قبیل چهار عمل اصلی، درصدها، نسبت‌ها و غیره.

ج) ایجاد توانایی در انجام دادن محاسبات ذهنی و حدس و تخمین زدن کمیت‌ها در حدود نیازهای زندگی روزمره. به این صورت دانش‌آموز تدریجاً انجام محاسبات ذهنی را در حد نیاز در جامعه به‌دست می‌آورد و می‌تواند از طول، مساحت، وزن و... اجسام محیط خود برآورد نسبتاً درستی داشته باشد.

د) آموزش ریاضیات مورد نیاز در رابطه با سایر دروس دیگر دوره همگانی. به این صورت ریاضیات مورد نیاز برای دروس دوره همگانی آموزش داده می‌شود.

ه) ایجاد توانایی در برآورد راه‌حل مسئله‌ها و حدس جواب آن‌ها. به این صورت به تدریج در دانش‌آموز توانایی تصور راه‌حل مسئله قبل از اینکه دست به قلم و کاغذ برد ایجاد می‌شود و در نتیجه توانایی پیدا کردن خطوط کلی راه‌حل مسئله‌های زندگی در او تقویت می‌گردد.

و) ایجاد توانایی درک محتوای ریاضی مسئله‌ها، به قالب ریاضی درآوردن و حل آن‌ها. چون بسیاری از مسئله‌های زندگی روزمره که به کمک عبارت‌ها و جمله‌ها بیان شده‌اند الگویی ریاضی در خود نهفته دارند. با رسیدن به این هدف دانش‌آموز تدریجاً قادر به تشخیص این الگو می‌شود. یعنی نخست محتوای ریاضی مسئله را می‌شناسد و سپس با به‌کاربردن الگویی ریاضی مناسب آن را حل می‌کند.

۲-۲ چگونگی رسیدن به هدف‌ها

براساس پیشنهاد کانس و همکاران (۲۰۱۵)، برای رسیدن به هدف کلی در کشورمان، لازم است معلمان نکات زیر را مورد توجه قرار دهند:

الف) براساس پیشنهاد کانی و همکاران (۲۰۱۵)، برای رسیدن به هدف‌های کلی در کشورمان، لازم است معلمان نکات زیر را مورد توجه قرار دهند:

ب) حتی الامکان از مسائل مغلقه‌ای و محیط زندگی دانش‌آموزان و مسائل خامس روستایی (تقسیم آب و محصول و...) یا شهری (اجاره، هزینه آب، برق، تلفن و...) استفاده کنند.

ج) وسایل کمک‌آموزشی ساده توسط معلم و دانش‌آموزان ساخته و مورد استفاده قرار گیرد.

د) با ایجاد انگیزه و ارائه مثال‌های مناسب ذهن، توجه دانش‌آموزان را برای درک مفاهیم ریاضی آماده‌ساخته و سپس به بیان تعریف یا دستور یا استدلال بپردازند.

ه) با شرکت دادن دانش‌آموزان در درس و راهنمایی او در کشف مطالب و توجه به اظهارنظرها و پیشنهادهای وی حس اعتماد به خود را در او پرورش دهند.

و) از طریق انتخاب مثال‌های جالب و مناسب، علاقه به ریاضیات در دانش‌آموزان ایجاد شود و با احترام از طرح معماها و مسائل پیچیده ترس از ریاضیات و پأس در یادگیری آن از بین برده شود.

ز) با ارائه عکس یا شرح حال و نمونه کار ریاضیدانان ایرانی، دانش‌آموز با تاریخ ریاضیات آشنا و سهم دانشمندان ما در پیشرفت ریاضیات برای او روشن شود.

ح) سنت‌های نادرست گذشته را به دور ریزد گرچه به صورت عادت درآمده باشد. از جمله عدد صفر را به جای نقطه یا دایره تو خالی به صورت ۰۰ و در جمع و تفریق و ضرب ستونی علامت‌های + و - و * را در سمت چپ عدد پایینی بنویسند نه در سمت راست عدد بالایی که اکنون متداول است. همچنین در نوشتن زمان، ساعت و دقیقه را با دو نقطه از هم جدا کنند. (مانند ۳:۲۵ یعنی ساعت ۳ و ۲۵ دقیقه).

ط) در محاسبات عددی، ذهنی و حل مسائل علاوه بر دقت، سرعت عمل را در دانش‌آموزان تقویت کنند.

ی) با طرح پرسش‌های مناسب امکان ارزشیابی مستمر دانسته‌های دانش‌آموزان را فراهم نمایند.

۳-۲- تقسیم‌بندی کلی روش‌های تدریس ریاضی

موندیا^۱ (۲۰۱۰) روش‌های معمول در تدریس ریاضیات را به شرح زیر تقسیم‌بندی کرده است:

۱. روش‌های معلم‌محور^۲ (انتقال دانش ریاضی به وسیله معلم)
۲. روش‌های دانش‌آموز‌محور^۳ (دانش‌آموزان محور فعالیت‌های آموزش درس ریاضیات هستند و از روش‌های جدید تدریس ریاضیات ابتدایی بهره گرفته می‌شود)

۲-۳-۱ روش‌های معلم‌محور

نام دیگر این روش، روش‌های سنتی یا روش‌های سخنرانی است. عامل ارتباط بین معلم و دانش‌آموز کلام است و از قدیمی‌ترین روش‌های تدریس به حساب می‌آید. در این روش‌ها محور فعالیت‌های کلاس درس معلم است. کلام معلم اعتبار و سندیت دارد و او مسئول انتقال معلومات می‌باشد. بهترین شاگرد از نظر معلم کسی است که گفته‌های وی و نوشته‌های کتاب را حفظ و درموقع لزوم عیناً تکرار کند. در این روش‌ها البته، توجه معلم به این است که معلومات ریاضی را به دانش‌آموزان منتقل کند و درحقیقت، معلم دانش‌آموزان را افراد کوچک‌تری تصور می‌کند و از نظر کیفی، تفاوتی بین تفکر خردسال و بزرگسال نمی‌بیند (اوتز^۴ و شاهریل، ۲۰۱۴).

این روش‌ها براساس فلسفه اصالت تصور بنیان‌گذاری شده‌اند و از زمان‌های بسیار قدیم معمول بوده‌اند. معلمان ریاضیات ابتدایی که برپایه معلم‌محوری تدریس می‌کنند و عامل گفتار، یگانه وسیله تدریس آنان است. از دو روش استفاده می‌کنند:

الف) یادگیری طوطی‌وار و بدون تفهیم مفاهیم ریاضی: عده‌ای از معلمان عقیده دارند که لازم نیست کودکان مفاهیم ریاضی را به‌دقت بدانند و تکرار طوطی‌وار آنها کافی است و در نتیجه کودک را وادار می‌کنند تا با تکرار مطالب ریاضی مفاهیم را یاد بگیرد و البته، در این صورت کودکان ریاضیات را طوطی‌وار یاد می‌گیرند. اما بزرگ‌ترین ایراد روش مذکور این است که کودکان نمی‌توانند از روابط ریاضی در حل مسائل استفاده کنند. چنین دانش‌آموزانی در حل مسائل ریاضی همیشه ضعیف هستند و

1. Monda,
2. Teacher Focused Methods
3. Student Focused Methods
4. Ong

اغلب روابط عددی را با آزمایش و خطا و احياناً با استفاده از شمارش انگشتان بسده می کند از طرفی باید گفت در جین روش بیشتر تدریس زیاد است زیرا کودکان به سرعت مطالب ریاضی را حفظ و تکرار می کنند. تدریس با قاعده گویی و تعاریف مربوط به روابط عددی آغاز می شود و کودکانی که نتواند این قواعد را با همان سنگ و مریخی که معلم گفته است بازی کند، دارای معلومات ریاضی است. دانش آموزانی که ضرورتاً روابط ریاضی را یاد می گیرند زود هم فراموش می کنند. زیرا مفاهیم به یکدیگر ارتباطی پیدا نمی کند (عمر و همکاران، ۲۰۱۲).

ب) روش استدلال مطالب و مفاهیم ریاضی به وسیله معلم: در این روش تدریس مفاهیم ریاضی به معلم توصیه می شود، ابتدا خود معلم اعمال ریاضی را در صورت امکان، معلوم عملی انجام دهد. تا دانش آموزان دلایل اعمال ریاضی را درک کنند؛ این مرحله را مرحله محسوس می گویند پس از این مرحله، تدریس را با کشیدن تصویر و استفاده از تصاویر کتاب ادامه می دهد؛ که به این مرحله، مرحله نیمه محسوس می گویند. در پایان، روابط عددی را مطرح می کند که این مرحله را مرحله مجرد می نامند. در تمام این مراحل معلم می کوشد اصول و تعاریف ریاضی را مطرح کند و با بیان روابط ریاضی به منظور اثبات آن ها مثال بیاورد و تمرین های متعددی نیز تعیین می کند تا دانش آموزان با حل تمرین های مذکور بتوانند معلومات ریاضی به دست آورده را در ذهن خود تثبیت کنند. دلیل طرفداران این شیوه این است که ریاضیات پایه منطقی دارد و هدف از تدریس آن تقویت نیروی منطقی و استدلال در طفل است. با این استدلال درحقیقت فلسفه طرفداران تربیت نیروی ذهنی در تدریس ریاضیات ذیال می شود. اشکال کار در استدلال مفاهیم ریاضی برای کودکان در این است که کودکان منطقی افراد بزرگسال را ندارند. به عبارت دیگر، مفاهیمی که در ذهن بزرگسالان وجود دارد برای کودکانی که در مرحله خاصی از رشد فکری هستند، قابل درک نیست. تحقیقات ژان پیازنه ساخت شناس معروف سوئسی کارل این امر را به اثبات رسانده است و معلوم شده است که استدلال معلمان ریاضی برای کودکان ابتدایی قابل درک نیست (شعانی، ۱۳۹۲).

از طرفی تعداد مرودین درس ریاضی در مدارس ابتدایی بیشتر شده و این امر در تحقیقات آلمانی وزارت آموزش و پرورش معکس است. این تحقیقات نشان می دهد

رحمی از دانش آموزان به آموزش درس ریاضی بی رغبت شده اند و گاهی این امر، مانع ادامه تحصیل دانش آموزان می شود. پرواضح است که، اگر کودکی در ساختن معلومات ریاضی خود سهیم نشاند، نمی تواند از آن معلومات در مواقع لازم استفاده کند و در عمل، کاربرد ریاضیات در محاسبات روزانه چنین افرادی، که با روش های سنتی آن را یاد گرفته اند، کمتر دیده می شود (موبدیا، ۲۰۱۲).

۲-۳-۲ روش های دانش آموز محور

این روش ها بر اساس نظریات یادگیری که در مکاتب روان شناسی سه ویژه مکاتب شناختی و رفتارگرایی وجود دارد تهیه و تدوین شده است. بر اساس فلسفه آموزش و پرورش، محور فعالیت های کلاس درس، دانش آموزان است. جبروم پروتر، از روان شناسان معاصر می گویند: دانش آموز را باید در برابر مسئله قرار داد تا خود او پاسخ یا پاسخ های مسئله را کشف کند. در نظریه یادگیری اکتشافی پروتر دانش آموزان تنها به کتاب و معلومات وابسته نمی باشند، بلکه با سعی و کوشش خودشان راه حل مسئله را پیدا می کنند. به روشی که بر پایه نظریه مذکور عمل می شود، روش اکتشافی نیز می گویند (شعانی، ۱۳۹۲).

الف) روش حل مسئله: روش دیگری که بیشتر در تدریس ریاضیات مقطع ابتدایی از آن استفاده می کنند روش حل مسئله است. در این روش دانش آموزان از تفکر استفرایی در تدریس استفاده می کنند و قادرند اطلاعات را جمع آوری، سازمان دهی و دستکاری نمایند. این عمل را پردازش ذهنی نیز می نامند. می دانیم طبقه بندی اساسی ترین مهارت در تفکر است و کلیه مهارت های تجزیه و ترکیب اطلاعات وابسته به تشخیص هایی است که در خلال طبقه بندی ذهنی صورت می گیرد. بر اساس تحقیقات هیلدا تابا^۱ و سایرین که در زمینه فرایند رشد تفکر ذهنی کار کرده اند، طبقه بندی ذهنی از نحوه تشکیل مفاهیم شروع می شود و در جهت رشد توانایی تعمیم و فرضیه سازی، با توجه به رابطه علت و معلول در رویدادها، پیش می رود. روش حل مسئله را معلمان به صورت الگوی تدریسی حل مسئله نیز به کار می برند (مانزین^۲ و همکاران، ۲۰۱۲).

- 1. Genom From
- 2. Problem Solving
- 3. Hildataba
- 4. Manzin

ب) روش اکتشافی: در این روش دانش‌آموزان در ابتدا با مشکلی روبرو می‌شوند و برای حل آن شروع به فعالیت می‌کنند. فعالیت‌های دسته‌جمعی دانش‌آموزان منجر به حل مشکل می‌شود و آنان از این طریق به مفاهیم و فرمول‌های ریاضی دست پیدا می‌کنند. در روش مذکور معلم مانند یک راهنما در کنار دانش‌آموزان فعالیت می‌کند. در حل مسائل ریاضی که معمولاً به صورت گروهی انجام می‌شود، پیشنهادات دانش‌آموزان را جمع‌آوری می‌کند و پس از طبقه‌بندی اطلاعات به دست آمده آن‌ها را به صورت پیشنهاد برای کاربرد در حل مسائل ریاضی به دانش‌آموزان ارائه می‌دهد.

۲-۳-۳ روش‌های سنتی تدریس ریاضی

الف) روش گفتاری: معلم با استفاده از این روش می‌تواند به تعداد بیشتری از دانش‌آموزان حساب تدریس کند و کلاس درس نیز از سکوت کامل برخوردار است. در این روش معلم متکلم‌الوحده است و به کتاب‌های درسی اهمیت زیادی داده می‌شود. بهترین دانش‌آموز کسی است که به درس معلم خوب گوش دهد و مطالب را کاملاً حفظ کند. این روش را برای تدریس ریاضیات هم به کار می‌برند. دانش‌آموزانی که با این روش ریاضیات یاد می‌گیرند قادر نیستند معلومات خود را در موقعیت‌های دیگری به کار ببرند و همچنین نمی‌توانند مسئله حل کنند. ریاضیات اغلب، درس مورد علاقه و نیاز کودکان نیست. آنان با رغبت آموزش را دنبال نمی‌کنند و زود خسته می‌شوند و چون نقش فعال در یادگیری ندارند. یادگیری سطحی است و زود فراموش می‌شود (بویر^۱ و همکاران، ۲۰۱۲).

ب) روش حفظی: در این روش معلم تکالیف لازم را از کتاب انتخاب می‌کند و به دانش‌آموزان تأکید می‌کند که تکالیف را از آن‌ها خواهد پرسید. در جلسه بعد، دانش‌آموز باید به پرسش معلم پاسخ دهد. در انتخاب این روش، معلمان ریاضیات ابتدایی سه هدف را دنبال می‌کنند: الف) سنجش میزان تسلط دانش‌آموزان به مطالب کتاب درسی. ب) تحریک دانش‌آموزان به مطالعه کتاب‌های درسی. ج) کمک به یادگیری از راه تکرار یا گوش دادن. این روش بارها مورد انتقاد قرار گرفته است، چراکه نه تنها دانش‌آموزان را از فعالیت‌های واقعی بازمی‌دارد بلکه، آنان را به ضبط صوتی متحرک تبدیل می‌کند، زیرا کودکان سعی خواهد کرد به سؤالات احتمالی معلم پاسخ گویند تا سرزنش نشوند (عزتخواه، ۱۳۹۰).

1 Heuristics
2 Boyer

ج) روش سقراطی: این روش را به این دلیل سقراطی می‌گویند که وی در بحث و گفتگو با مردم زمان خود ابتدا کاملاً نظاهر به جهل می‌کرد و سپس به حلس می‌پرداخت. سقراط از این روش دو منظور داشت: اول اینکه، جهل طرف را برای خود او آشکار سازد؛ دیگر اینکه، حقیقت را برایش مشخص کند. در این روش کودکان به تفکر می‌پردازند و اعتماد به نفس پیدا می‌کند. ولی در تدریس ریاضیات ابتدایی نمی‌توان فقط از این روش استفاده کرد، زیرا همان‌طور که قبلاً ذکر شد تفکر کودکی با بزرگسال فرق دارد و مفاهیمی که در ذهن بزرگسال است با آنچه که در ذهن کودک می‌باشد غالباً یکسان نیست، ولی می‌توان از این روش در کمک به معلم و واداشتن دانش‌آموز به فکر و فعالیت‌های عملی استفاده کرد (شعبانی، ۱۳۹۲).

۲-۳-۴ روش‌های نوین تدریس قابل استفاده در دوره دبستان

الف) روش شرحی: در این روش معلم متکلم و دانش‌آموز مستمع است. رایج‌ترین روش تدریس در مدارس کشورمان همین روش است. اگر این روش را با روش‌های دیگر که بعداً خواهیم گفت ارائه ندهیم تنها حسن آن، سادگی نگه‌داشتن دانش‌آموزان کلاس است. اما چون در فراگیری مفاهیم، دانش‌آموزان نقش چندانی ندارند از این روش کلاس درس برای آن‌ها ملال‌آور می‌شود و چه‌بسا که از مدرسه و درس و کتاب به‌زودی بیزار شوند. اجرای این روش در ارائه مفاهیم ریاضی، در برخی موارد فراگیری این مفاهیم را سرعت می‌بخشد. اما فراگیران به‌همان سرعت که مفاهیم را فرا گرفته‌اند آن‌ها را به‌دست فراموشی می‌سپارند. به‌نظر ما در صورت به‌کارگیری این روش در کلاس‌های اول ابتدایی حداکثر ۱۰ تا ۱۵ دقیقه می‌توان توجه دانش‌آموزان را به خود جلب کرد و کوشش در جلب توجه بیشتر از این زمان به اصطلاح «مشت پر سندان کوبیدن است» مگر اینکه معلم با پرسش‌های مناسب و به‌کارگیری روش‌های دیگر امکان بحث و تبادل نظر را برای کلاس فراهم آورد و از این راه توجه بیشتر آن‌ها را به مفاهیم درسی جلب کند (دمیر^۱، ۲۰۱۱).

ب) روش تشبیهی: در این روش با استفاده از یک داستان مناسب، مفهوم مورد نظر ارائه می‌شود. اجرای روش تشبیهی چون با داستان شروع می‌شود، معمولاً مورد توجه و

دانش‌آموزان واقع می‌شود و علاوه بر این چون معلم در بیان داستان نتیجه‌گیری‌ها را در کلاس می‌کند، دانش‌آموزان برای شرکت بیشتر در جواب‌دادن احساس مسئولیت می‌نمایند. این روش از خستگی ارائه مفاهیم مجرد ریاضی کاسته و آموزش را سریع‌تر می‌کند. این روش معمولاً برای ارائه «چگونگی» یک مفهوم به‌کار برده می‌شود نه برای اثبات ریاضی آن. باید توجه داشت که استفاده نامناسب از این روش باعث ایجاد یک تصور غلط از مفهوم ارائه‌شده، در ذهن کودک نشود. در هر صورت اگر تصور غلط ایجاد شد باید در رفع آن کوشید، یا توجه به آنچه که گفته شد باید توجه کرد که در هنگام به‌کارگیری این روش، مخصوصاً در انتخاب داستان کاملاً هوشیار بود (دمیر، ۲۰۱۱).

ج) روش ارائه قاعده‌ها: مقصود از این روش، ارائه قاعده و دستورهای خاصی است که دانش‌آموز با استفاده از آن‌ها، اعمال و با مسائلی را که الگویی از این قاعده هستند به انجام می‌رساند. این قاعده‌ها می‌تواند قاعده‌های ساده‌ای نظیر خواندن عددهای دورقمی از ۲۰ به بالا مانند ۳۲، ۴۲، ۵۲ باشد و یا در کلاس‌های بالاتر قاعده‌هایی نظیر جمع ستونی اعداد و یا قاعده‌های پیچیده‌تری نظیر تقسیم دو کسر باشد. متأسفانه به‌کارگیری این روش اغلب باعث خواهد شد که دانش‌آموزان به یک ماشین محاسبه تبدیل شوند، با این تفاوت که معمولاً ماشین در به‌کارگیری قاعده‌های داده‌شده اشتباه نمی‌کند، اما دانش‌آموز در به‌کارگیری آن اغلب دچار اشتباه می‌شود (عزینخواه، ۱۳۹۰).

این روش به‌نهایی برای آموزش یک مفهوم، به‌ویژه در کلاس‌های ابتدایی، یک روش مطلوب نیست. ولی می‌توان آن را برای تعمیم درمورد یک مفهوم که با روش‌های دیگر به‌خوبی یاد داده شده‌اند، به‌کار گرفت. از خصوصیات این روش این است که:

- چون مفاهیم به‌صورت قاعده بیان می‌شود کمتر مورد استقبال کودکان مخصوصاً آن‌هایی که از بهره‌های بالایی برخوردارند، قرار می‌گیرد.
- یکی از سریع‌ترین روش‌ها برای آموزش یک مفهوم است. اصولاً این روش برای کودکانی که در محاسبات ضعیف‌اند و از بهره‌های کمی برخوردارند، روشی مفید و مؤثر است.
- یکی از بهترین روش‌ها برای جمع‌بندی و خلاصه‌کردن است.

- برای آموزش یک مفهوم ریاضی که اولین بار به کلاس عرضه می‌شود، روش حسی است. برای کسب مهارت در به‌کارگیری قاعده‌ها، احتیاج به تمرین‌های زیادی است تا با اصطلاح این قاعده‌ها ملکه ذهن شوند.

د) روش استفاده از مثال: این روش از ترکیب چند روش به‌وجود می‌آید. ابتدا می‌توان در تمام مراحل آموزشی یک مفهوم ریاضی به‌کار گرفت. فرض کنیم می‌خواهیم بدون استفاده از تعریف به‌صورت شهردی مربع بودن یک شکل هندسی را آموزش دهیم. در این صورت چند مربع به اندازه‌های مختلف روی تخته سیاه رسم می‌کنیم و به کلاس می‌گوییم که همه این شکل‌ها را مربع می‌گوییم. آنگاه چند شکل هندسی دیگر توأم با چند مربع (مطابق شکل زیر) روی تخته سیاه رسم می‌کنیم و از دانش‌آموزان می‌خواهیم که مربع‌ها را علامت بزنند آیا داخل مربع را رنگ کنند. باید توجه داشت که در این مرحله از ارائه، شناخت شکل هندسی موردنظر است، لذا باید از طرح پرسش‌هایی نظیر «چرا این شکل مربع است؟» و «چرا این شکل مربع نیست؟» جداً خودداری کرد (سووارز و دولی، ۲۰۱۰).

خصوصیات بارز این روش عبارت‌اند از:

- در مقایسه با سایر روش‌ها زمان کمتری برای آموزش یک مفهوم لازم دارد.
- چون معمولاً ارائه مفاهیم با شکل همراه می‌شود، تاحدی مورد استقبال و توجه کودکان قرار می‌گیرد.
- این روش یکی از بهترین روش‌ها برای شناسایی تفاوت چند شکل هندسی است.
- این روش را باید در رابطه با سایر روش‌ها به‌کار گرفت. مگر اینکه در شرایطی خاص مانند ارائه اشکال هندسی تنها روش چاره‌ساز باشد.
- می‌توان از آن به‌منظور رفع اشتباه و یا برداشت‌های غلط از یک مفهوم به‌کار گرفت. بدین طریق که کار دانش‌آموزان را در ضمن تمرین‌ها نظاره کرد و در صورت مشاهده هر نوع اشتباهی با ذکر چند مثال دیگر در رفع آن اقدام کرد.
- ر) روش استفاده از تجربه‌ها و مشاهده‌های عینی: در این روش کودک با مشاهده و تجربه شخصی، یک مفهوم ریاضی را فرا می‌گیرد. تکامل این روش را می‌توان به چهار مرحله تقسیم کرد:

- پرسش به کلاس ارائه می‌شود.
- هر کودک روی پرسش فکر می‌کند و سپس اطلاعات لازم را جمع‌آوری می‌نماید.
- با توجه به اطلاعات جمع‌آوری شده، پاسخ پرسش را حدس می‌زند.
- جواب در حضور کودکان مشخص می‌شود.
مثلاً فرض می‌کنیم می‌خواهیم سبکی و سنگینی را با استفاده از این روش به کودکان القا کنیم. معلم می‌تواند با کمک یک ترازو و دو جسم که با دو رنگ مختلف رنگ‌آمیزی شده باشند، این مفهوم را ارائه نماید. بدین ترتیب که دو کتاب را در یک کفه و یک کتاب (هر سه کتاب هم وزن باشند) را در کفه دیگر قرار می‌دهد. دانش‌آموزان بالارفتن یک کفه و پایین آمدن کفه دیگر را عیناً مشاهده می‌کنند. پس از اینکه مفهوم سبکی و سنگینی بدین طریق القا شد، دو جسم را به آن‌ها نشان داده و از کودکان خواسته می‌شود که سبکی و سنگینی هر کدام را حدس بزنند (عزتخواه، ۱۳۹۰).
پس از اینکه به دانش‌آموزان فرصت کالی برای حدس زدن داده شد، جواب‌ها را دست‌بندی می‌کنند. آنگاه از یکی از دانش‌آموزان خواسته می‌شود که عملاً با استفاده از ترازو جواب سؤال را مشخص کند.

خصوصیات بارز این روش عبارت‌اند از:

- چون در آموزش مفاهیم با استفاده از این روش، همه کلاس شرکت فعال داشته و هر کدام بر صبرانه انتظار دریافت درستی یا نادرستی حدس خود را دارند، مورد توجه و استقبال کودکان قرار می‌گیرد.
- این روش یکی از بهترین روش‌ها برای ارائه مفاهیمی نظیر، کوشادتر، بلندتر، کمتر، بیشتر و نظایر آن است.

- چون اجرای این روش، اغلب به منابع اطلاعاتی نیاز دارد، لذا در صورتی مفید است که این منابع به‌سادگی در دسترس کودکان قرار گیرد.

و) روش تعاونی: در روش تعاونی هر کودک در تمام مراحل آموزش یک مفهوم شرکت فعال خواهد داشت. شاید بتوان گفت که روش تعاونی، روشی کاملاً در تضاد با روش شرحی است و یکی از بهترین و پربیننده‌ترین روش‌های آموزش یک مفهوم ریاضی است (ناکونباجی و آیدن، ۲۰۱۳).

معمولاً شرکت دانش‌آموزان در یادگیری یک مفهوم، می‌تواند همسورت کسی با فعالیت‌های زیر باشد.
فعالیت شفاهی: مثلاً خواندن اعداد از ۱ تا ۱۰ با صدای بلند برای فراگیری ترتیب اعداد.

فعالیت کتبی: مثلاً هر کودک روی صفحه کاغذ، پاسخ پرسش را یادداشت کرده و جواب را در زمانی که از او بخواهد به کلاس ارائه می‌دهد.
فعالیت جسمانی: مثلاً بازی و بسته‌کردن انگشتان دست برای نشان‌دادن تعداد اعضای یک مجموعه.

- خواندن دانش‌آموزان با صدای بلند همان فعالیت شفاهی است. باید دقت کرد که سروصدای خواندن باعث توقف کار سایر کلاس‌ها نشود.
روش تعاونی اعم از ارائه آن به صورت فعالیت‌های شفاهی، کتبی یا جسمانی دارای خصوصیات زیر است:

- به خاطر شرکت همه‌جانبه کلاس در ارائه پاسخ به پرسش‌ها، این روش مورد استقبال کودکان قرار می‌گیرد.

- کنترل کلاس به‌سادگی امکان‌پذیر است، زیرا شرکت فعالانه کودکان، فرصتی برای به‌اصطلاح شیپلت آن‌ها باقی نخواهد گذاشت.

- روش خوبی برای تشخیص دانش‌آموزان ضعیف است، زیرا تشخیص دانش‌آموزان ضعیف فقط به کمک روش‌های تعاونی کتبی و جسمانی امکان‌پذیر است. در حالی که روش شفاهی از این مزیت برخوردار نیست. توصیه می‌شود که روش شفاهی و جسمانی زمانی به‌کار رود که دانش‌آموزان از نوشتن خسته شده باشند تا نوع فعالیت نیروی تحلیل‌رفته را به آن‌ها باز گرداند.

ز) روش استفاده از مدل: استفاده از مدل یعنی استفاده از تصاویر یا اشیا است که در روشن کردن مفهوم و سادگی درک آن مؤثرند و این تصاویرها و اشیا معمولاً برای کاهش از تجرد مفاهیم، مخصوصاً مفاهیم ریاضی به‌کار گرفته می‌شوند. در هر مرحله از آموزش می‌توان از مدل‌ها استفاده کرد. در استفاده از مدل باید شرایط محیطی و اجتماعی دانش‌آموزان کاملاً مدنظر باشد. و از مدل‌هایی استفاده شود که برای دانش‌آموزان شناخته شده باشند. اگر مدل‌ها از اجسام باشند، باید طوری ساخته شده

باشند که کار کردن با آن‌ها هم برای دانش آموز و هم برای معلم راحت و بالاتر از همه می‌تواند باشد (بک^۱ و همکاران، ۲۰۱۴).

از مدل‌ها برای ارائه هر مفهوم می‌توان استفاده کرد. در سال‌های نخست آموزش همگانی باید از تصاویرهای حیوانات و اشیاء مألوس برای کودک در مفیاس و سبب استفاده کرد.

خصوصیات بارز این روش عبارت‌اند از:

- چون یک مفهوم با تصویر و یا با اشیاء ارائه می‌شود، برای دانش آموزان جالب توجه بوده و باعث جلب دقت آن‌ها می‌شود.

- استفاده از مدل‌ها، از پیچیدگی مفاهیم ریاضی تا اندازه زیادی می‌کاهد.

- این روش را می‌توان در آموزش بیشتر مفاهیم ریاضی ابتدایی به‌کار گرفت، اما باید به یک یا دو مدل قناعت نکرد و از استفاده مکرر یک مدل نیز خودداری کرد. زیرا استفاده مکرر از یک مدل، دانش آموزان را خسته و کسل می‌کند و کودکان به تدریج علاقه و اشتیاق خود را به درک مفاهیم از دست می‌دهند.

- در استفاده از این روش باید دقت کافی داشت، زیرا به‌کار بردن یک مدل برای یک مفهوم ممکن است یک تصور غلط از آن مفهوم در ذهن کودک ایجاد کند. مثلاً اگر همیشه برای نشان دادن عدد ۳ از مجموعه‌هایی استفاده کردیم که اعضای آن همیشه سبز باشند، ممکن است این توهم ایجاد شود که مفهوم ۳ با سبز بودن اشیای یک مجموعه در رابطه است.

ح) روش استفاده از شبیه‌سازی: منظور از شبیه‌سازی به‌کار گرفتن وسایل و اعمالی است که بتواند یک ماجرا یا اتفاق واقعی را در کلاس درس مجسم کند، مانند استفاده از بول در داده‌سندهای ساختگی در کلاس برای ارائه مفهوم ارزش سکه‌های رایج و حل مسائل خرید و فروش. روش شبیه‌سازی برای بالابردن سطح مهارت دانش آموزان در به‌کارگیری مفاهیم خوانده شده، مناسب است. اما می‌توان با انتخاب مناسب یا شبیه‌سازی، در مراحل اولیه آموزش یک مفهوم نیز به‌کار گرفته شود. مثلاً برای آموزش سکه‌های رایج و بالابردن مهارت کودکان در حل مسائل خرید و فروش، می‌توان از شبیه‌سازی استفاده کرد. بدین طریق که دانش آموزان در نقش یک

خواربارفروش و چند دانش آموز دیگر در نقش مشتری بازی می‌کند. در حقیقت شبیه آنچه را که ممکن است دانش آموز در خارج از مدرسه با آن روبرو شود، نه کلاس آورده ایم. حتی استفاده از بول واقعی این شگفتی را سه واقفیت زندگی روزمره نزدیک‌تر می‌سازد. همین‌طور، می‌توان مسائل از قبیل بس انداز و برداشت از حساب را با شبیه‌سازی از یک بانک به دانش آموز آموزش داد. باید توجه داشت که استفاده از این روش زمانی مبر است که مفاهیم مورد بحث کاملاً برای دانش آموزان روشن باشد. مثلاً در مورد فوق، شناخت اعمال جمع و تفریق و شناخت کامل سکه‌های رایج کاملاً ضروری است (بک و همکاران، ۲۰۱۴).

خصوصیات بارز این روش عبارت‌اند از:

- روش جالب و آموزنده‌ای است. زیرا دانش آموزان آنچه را که در محیط خارج از مدرسه می‌بینند یا خواهند دید عملاً در کلاس تجربه می‌کنند.

- اگرچه آموزش با استفاده از این روش وقت زیادتری را خواهد گرفت، اما در عوض یادگیری عمقی بوده و در بالابردن سطح مهارت دانش آموزان در حل مسائل مؤثر است.

- این روش بیشتر برای مهارت در کاربرد مفاهیم و معمولاً در مراحل پایانی آموزش یک مفهوم به‌کار برده می‌شود.

باید توجه داشت که استفاده از این ممکن است ناآرامی‌هایی در کلاس به وجود آورد. لذا در استفاده از آن باید به امکان اداره کلاس کاملاً مطمئن بود.

ط) روش کاوشگری: روش کاوشگری روشی است که در آن ما فراهم آوردن شرایطی مناسب، دانش آموزان را برای کشف بعضی از مفاهیم ریاضی آماده می‌نمایند بدون آنکه این مفاهیم مستقیماً به آن‌ها آموزش داده شود. معمولاً این روش را نباید در مراحل اولیه آموزش به‌کار گرفت. این روش امروزه مورد توجه اکثر استادان تعلیم و تربیت است. یکی از پیشگامان این روش در ریاضیات جرج پولیا^۱ ریاضی‌دان لهستانی مقیم آمریکا است. او معتقد است، آنچه را که دانش آموز به وسیله خود کشف می‌کند هرگز از یاد نمی‌برد. به عبارت ساده‌تر، به نظر او بهترین روش یادگیری، کشف مفاهیم توسط فراگیرنده است. چون در این روش معلم راهنما و دانش آموز جوینده است. لذا مورد توجه و علاقه دانش آموز قرار می‌گیرد. البته چون برای کشف یک مفهوم به وقت

زیادی احتیاج است لذا ارائه این روش نسبت به روش های دیگر وقت گیر است (کلین و همکاران، ۲۰۱۱).

خصوصیات بارز این روش عبارتند از:

- چون کودک در پیدا کردن مفهوم نقش عمده ای دارد، برای او درس جالب و سرگرم کننده است.

- رقابت سازنده ای بین دانش آموزان برای کشف مفاهیم به وجود می آورد.

- حس مسئولیت را در دانش آموزان برمی انگیزد و قوه ابتکار و خلاقیت آنها را تقویت می کند.

معلمان گرامی عبارت زیر را که از زبان یک یادگیرنده می باشد باید مورد توجه قرار دهند:

«اگر بشنوم فراموش می کنم، اگر بینم به خاطر می آورم، اگر عمل کنم آگاه می شوم. اگر کشف کنم به کار می برم.»

خلاصه فصل دوم

در این فصل با هدف کلی آموزش در دوره دبستان یعنی آماده ساختن فرد برای زندگی در تمام ابعاد آشنا شدیم. لذا آن گونه که آنتونی و والشو بیان کرده اند پرورش نظم فکری و درست اندیشیدن از طریق آموزش به کاربردن دانسته ها برای به دست آوردن نتیجه ها و ایجاد توانایی برای انجام محاسبات عددی در زندگی روزمره و ایجاد توانایی در انجام دادن محاسبات ذهنی و حدس و تخمین زدن کمیت ها در حدود نیازهای زندگی روزمره می باشد.

تقسیم بندی کلی روش های تدریس ریاضی به دو دسته می باشد: روش های معلم محور (انتقال دانش ریاضی به وسیله معلم) عامل ارتباط بین معلم و دانش آموز کلام است و از قدیمی ترین روش های تدریس به حساب می آید. در این روش ها محور فعالیت های کلاس درس معلم است. کلام معلم اعتبار و سندیت دارد. روش های دانش آموز محور (دانش آموزان محور فعالیت های آموزش درس ریاضیات هستند. این روش ها براساس نظریات یادگیری که در مکاتب روان شناسی به ویژه مکاتب شناختی و

1. Klein

رفتارگرایی وجود دارد تهیه و تدوین شده است. روش های سنتی تدریس ریاضی که شامل روش گفتاری، حفظی و سقراطی بوده آورده شد. همچنین روش های نوین تدریس قابل استفاده در دوره دبستان، روش شرحی: در این روش معلم متکلم و دانش آموز مستمع است. روش تشبیهی: در این روش با استفاده از یک داستان مناسب، مفهوم مورد نظر ارائه می شود. روش ارائه قاعده ها: مقصود از این روش، ارائه قاعده و دستورهای خاصی است که دانش آموز با استفاده از آنها، اعمال و پسا مسائلی را که الگویی از این قاعده هستند به انجام می رساند. روش استفاده از مثال: این روش از ترکیب چند روش به وجود می آید. روش استفاده از مدل: استفاده از مدل یعنی استفاده از تصاویر یا اشیا است. منظور از شبیه سازی: به کار گرفتن وسایل و اعمالی است که بتواند یک ماجرا یا اتفاق واقعی را در کلاس درس مجسم کند. روش کاوشگری: روشی است که در آن با فراهم آوردن شرایط مناسب، دانش آموزان را برای کشف بعضی از مفاهیم ریاضی آماده می نماید.

خودآزمایی چهارگزینه ای فصل دوم

با پاسخ دادن به نمونه هایی از پرسشهای امتحانی خود را بیازمایید.

- هدف کلی آموزش و پرورش در دوره دبستان کدام گزینه می باشد؟

الف) درست اندیشیدن	ب) آماده ساختن فرد برای زندگی
ج) کاربردن دانسته ها	د) جمع آوری، سازمان دهی
- بهترین شاگرد از نظر کدام روش کسی است که گفته های معلم را در موقع لزوم عیناً تکرار کند؟

الف) معلم محور	ب) دانش آموز محور
ج) حل مسئله	د) روش اکتشافی
- در کدام روش دانش آموزان تنها به کتاب وابسته نمی باشند، بلکه با سعی و کوشش خودشان راه حل مسئله را پیدا می کنند؟

الف) روش ارائه قاعده	ب) روش شرحی
ج) حل مسئله	د) روش اکتشافی

فصل سوم

رویکرد آموزشی تدریس از طریق حل مسئله

هدف کلی

آشنایی با مفاهیم و روش تدریس از طریق حل مسئله

هدف‌های یادگیری

پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:

۱. یادگیری بر اساس اجرای پروژه یا حل مسئله (PBL) را در کلاس درس پیاده کنید.
۲. شرایط ایجاد روش مسئله‌ای از نظر گولدین^۱ را بنویسید.
۳. مراحل آموزش حل مسئله را نشان دهید.
۴. نکات موردنیاز برای روش حل مسئله از نظر احمد و همکاران را بیان کنید.
۵. محاسن و محدودیت‌های روش مسئله‌ای را شرح دهید.
۶. سه اصل یادگیری از نظر عزتخواه در روش مسئله‌ای را شرح دهید.
۷. سیر تفکر دانش‌آموز در آموزش درس ریاضیات را بحث کنید.

مقدمه

یادگیری بر اساس اجرای پروژه یا حل مسئله مقوله جدیدی نیست و تاریخ آن از تاریخ تعلیم و تربیت کوتاه تر نیست. این روش یادگیری در طی زمان همراه با تغییرات و

روش تدریس ریاضیات
۶ در کدام روش تدریس با دانش‌آموز شروع می‌شود؟
الف) روش ارنه قاعده
ب) روش شرحی
ج) روش شبیهی
د) روش اکتشافی
۵ بهترین روش‌ها برای شایستگی تفاوت چندشکل هندسی کدام گزینه می‌باشد؟
الف) روش شبیه‌سازی
ب) روش استفاده از مثال
ج) روش شبیهی
د) روش اکتشافی

تجربیات در مورد اصول و شیوه‌های یادگیری و به موازات تحقیقات در علوم روانشناسی و یادگیری در قالب مدل‌های رفتاری و روش‌های یادگیری و آموزش. مشکلاتی که متفاوت اجرا شده است آموزش از راه درگیر کردن دانش‌آموزان در فعالیت‌های عملی همیشه مورد توجه بوده است و این گونه یادگیری بر اساس تجربیات همواره تازش تلقی شده است به همین دلیل اغلب دست‌اندرکاران امر آموزش یادگیری، طراحی سفرها و اردوهای آموزشی، تحقیقات آزمایشگاهی و سایر فعالیت‌های عملی را به جهت دستیابی به اهداف آموزشی و غنی کردن آن‌ها و گسترش برنامه‌های درس را توصیه و ترغیب کرده‌اند.

۱-۳ یادگیری بر اساس اجرای پروژه

یادگیری بر اساس اجرای پروژه، مدلی برای فعالیت‌های کلاس است که از روش‌های معده محور که همیشه در آن این خطر وجود دارد که توجه و تمرکز دانش‌آموز به فراگیری مطلب مورد نظر از دست برود و قبل از آنکه علاقه آن ظاهر شود انگیزه دانش‌آموز، و به موازات آن اشتیاق و رغبت معلم تخفیف یابد، تغییر جهت داده و بر فعالیت‌هایی تأکید می‌شود که دانش‌آموز محور، میان‌رشته‌ای و در تلفیق با مسائل و روال دنیای واقعی است و در نتیجه یادگیری سوق داده می‌شود به سوی یادگیری در طول زمان زندگی.

یکی از امتیازهای یادگیری بر اساس اجرای پروژه آنست که با این روش می‌توان با درگیر کردن دانش‌آموزان در خودآموزی، در آن‌ها انگیزه به وجود آورد. یادگیری بر اساس اجرای پروژه فرصتی فراهم می‌کند تا دانش‌آموزان علاقه‌شان را بیگیری کنند، سؤال طرح کنند، در مورد چگونه یافتن پاسخ تصمیم‌گیری کنند و مسائل را حل کنند. در این روش از اینکه با در اختیار قراردادن نوشته، قالب و الگو و... و متن‌های هدایت‌کننده و مقیدکننده دانش‌آموز در شرایطی قرار بگیرد که با اتکا بر آن‌ها نیازی به تفکر و کاوش و کشف ندانند باشد اجتناب می‌شود. دانش‌آموز باید در فضایی قرار بگیرد که بداند که باید خود اقدام کند و با اتکا به خودش به فهم دیگران و تفهیم خودش به دیگران مبادرت کند تا به مهارت‌های لازم مجهز شود.

یادگیری بر اساس اجرای پروژه، فرصتی برای یادگیری میان‌رشته‌ای فراهم می‌کند. دانش‌آموزان به جای آنکه در انزوا و یا در محیطی مصنوعی، کاربرد محتوای زمینه‌های

روش تدریس از طریق حل مسئله

موضوعات معادلات را از آموختن گسده آنرا با تعقیب در لحظه‌های اتصال در مراحل تولید استفاده می‌کند.

یادگیری بر اساس اجرای پروژه کمک می‌کند تا یادگیری سام‌قبلی بی‌بهره یا زندگی در خارج از کلاس، و با مورد خطای قرار دادن ذهنیه‌های تئوری واقعی، و کسب مهارت‌های لازم در دنیای واقعی و رشد آهنگ، مرتبط و مفید واقع شود بسیاری از مهارت‌های گسب‌شده از طریق یادگیری بر اساس اجرای پروژه، همان‌هایی هستند که خواسته کارفرمایان دنیای امروز هستند از جمله توانایی کار در صلب و ارتقاء و توسی با دیگران، تصمیم‌گیری‌های از روی خرد و تدبیر، نوآوری، و حل مسائل پیچیده.

یادگیری بر اساس اجرای پروژه فرصت‌های بس‌ظهوری برای ایجاد و تقویت ارتباط بین معلم و دانش‌آموز فراهم می‌کند. معلم نقش‌های متنوعی از تدریس‌گری، آسان‌کننده و فراگیر را عهده‌دار می‌شوند. نتایج نهایی، طرح‌ها، خطوط اصلی، پیش‌نمونه‌ها و سایر فعالیت‌ها همگی نکات و بهانه‌های مکالمه‌ای بسیار خوبی برای بحث و گفتگو و مورد بررسی قرار دادن بین معلمان و دانش‌آموزان فراهم می‌کند.

علاوه بر آن، یادگیری بر اساس اجرای پروژه در مدرسه و ماورای مدرسه فرصت‌هایی فراهم می‌کند تا معلمان با یکدیگر و با سایر دست‌اندرکاران در امر آموزش ارتباط برقرار کنند. کار دانش‌آموزان که شامل اسناد یادگیری و پروژه‌های نهایی دانش‌آموزان می‌شود را می‌توان در اختیار سایر معلمان، والدین، راهنمایان، و جامعه اقتصادی که منافع در تعلیم و تربیت دانش‌آموزان دارند گذاشت.

یکی از شاخصه‌های یادگیری بر اساس اجرای پروژه آن است که در آن، معلم‌ها و دانش‌آموزان به‌عنوان مهم‌ترین مسئله در تعیین عنوان برنامه آموزشی در نظر گرفته می‌شوند. موفقیت در یادگیری مستلزم آن است که پروژه بر اساس استاندارد باشد، اهداف آن به‌طور شفاف مطرح شده باشد و یادگیری هم در فرایند و هم در پیامد حمایت نشان داده شود.

یادگیری بر اساس اجرای پروژه فرصتی فراهم می‌آورد تا دانش‌آموزان انواع تکنولوژی‌ها را به‌عنوان ابزار طراحی، ایجاد و یا ارائه پروژه‌هایشان به‌شکلی مؤثر به‌کار ببرند. تکنولوژی می‌تواند کانون اصلی یک پروژه باشد، و با تلفیق آن با موضوع برنامه آموزشی و استفاده واقعی از آن در فرایند تولید مورد استفاده قرار گیرد.

پروژه‌ها به نحوی طراحی می‌شوند تا بتوان تصمیم‌گیری و نوآوری دانش‌آموزان در طول دوره پروژه از انتخاب موضوع تا طراحی، تولید و تصمیمات ارائه طرح افزایش یابد. پروژه‌ها باید ساختار و بازخورد مناسب داشته باشند تا در کسب مهارت در تصمیم‌گیری‌های خردمنده و بازیگری‌ها به دانش‌آموزان کمک کند. معلمان با مستندسازی تصمیمات بازیگری‌ها و نوآوری، مواد باارزش برای ارزیابی کار و رشد دانش‌آموز به دست می‌آورند. یادگیری بر اساس اجرای پروژه، احساس تشریک مساعی میان دانش‌آموزان، بین دانش‌آموز و معلم و بین دانش‌آموزان و سایر اعضای جامعه را تقویت می‌کند. این شیوه بر آنست که به دانش‌آموزان فرصت دهد تا مهارت‌های تشریک مساعی (از قبیل تصمیم‌گیری‌های گروهی، تکیه بر کار همسالان، و کار با سایرین از قبیل محققان دانش‌آموز) را بیاموزند.

ارتباط با دنیای واقعی؛ منوط به هدف پروژه؛ می‌تواند اشکال بسیاری داشته باشد. یادگیری بر اساس اجرای پروژه ممکن است چون مسائل دنیای واقعی؛ که در ارتباط با زندگی با جوامع مربوط به دانش‌آموزان است؛ را مورد خطاب قرار می‌دهد. در ارتباط با دنیای واقعی باشد. پروژه‌ای ممکن است از طریق استفاده از مندها، شیوه‌ها و مخاطبین واقعی به حرفه‌های واقعی مربوط باشد. به علاوه ممکن است که ارتباطات دنیای واقعی توسط تبادل اطلاعات از طریق اینترنت یا تشریک مساعی با اعضای جامعه و راهنمایان در دنیای خارج از کلاس صورت گیرد.

روش حل مسئله: روش مسئله‌ای در حقیقت نوعی آماده‌کردن فراگیر برای زندگی است. زیرا زندگی یعنی مواجه شدن با مسائل و کوشش برای حل آن. در این روش، فعالیت‌های آموزش به گونه‌ای تنظیم می‌شود که در ذهن فراگیر مسئله‌ای ایجاد شود و او علاقه‌مند شود که با تلاش خود راه‌حلی برای آن مسئله پیدا کند.

۲-۳ شرایط ایجاد روش مسئله‌ای

آن‌گونه که گولدین^۱ (۲۰۱۶) بیان کرده است، در روش مسئله‌ای، دانش‌آموز باید شرایط زیر را داشته باشد تا بتواند مسئله را حل کند:

۱. توجه به مسئله

۲. قدرت شناخت و درک مسئله

۳. تشخیص ویژگی‌های مسئله

۴. آمادگی برای حل مسئله

۵. قدرت تنظیم راه‌حل‌های احتمالی

۶. قدرت انجام دادن مسئله و گردآوری اطلاعات و تحلیل آن‌ها

۷. فضاوت در مورد مسئله و اطلاعات گردآوری شده و پذیرفتن راه‌حل‌های معتبر و

کنار گذاشتن فرضیه‌های غیرمعتبر

۸. تعمیم و کاربرد مسئله.

۳-۳ محاسن و محدودیت‌های روش مسئله‌ای

الف) محاسن:

۱. موجب ارتباط فعالیت‌های مدرسه با زندگی واقعی شاگرد می‌شود.

۲. از نظر روان‌شناسی، بهترین روش‌های تربیتی برای ایجاد تفکر علمی در شاگردان است.

۳. چون ثابت و خشک و غیرقابل انعطاف نیست، باعث برانگیختن علاقه طبیعی شاگردان به درس می‌شود.

۴. تقریباً قابل انعطاف با وضع کلاس‌های متداول است.

ب) محدودیت‌ها:

۱. نسبت به فعالیت‌های متداول مدرسه احتیاج به زمان بیشتری دارد.

۲. احتیاج به معلمان باتجربه و آشنا با روش تحقیق دارد.

۳. وقت‌گیر است و ممکن است با توجه به برنامه‌های جاری مدارس نتوان این روش را به‌طور مؤثر اجرا کرد.

۴-۳ مراحل آموزش حل مسئله

بر اساس رویکرد احمد^۱ و همکاران (۲۰۱۳) هنگامی که به‌عنوان معلم می‌خواهید با روش حل مسئله آموزش دهید، باید به مراحل و نکات زیر توجه داشته باشید:

۱. رفتار نهایی دانش‌آموز را در رابطه با پاسخ صحیح مسئله مشخص سازید. در این مرحله، معلم نتیجه نهایی حاصل از مسئله را برای شاگرد توصیف می‌کند. این

۱. توصیف نباید جواب و راه حل مسئله را دربر داشته باشد، زیرا در روش حل مسئله هدف این است که دانش آموز خود راه حل مسئله را کشف کند.
 ۲. اطمینان حاصل کنید که شاگرد مفاهیم و اصولی را که برای حل مسئله پیش نیاز محسوب می شود می داند.
 ۳. شرایطی فراهم سازید تا شاگردان مفاهیم و اصولی را که برای حل مسئله سه گانه می رود، به خاطر آورند.
 ۴. دانش آموزان را به طور شفاهی برای حل مسئله راهنمایی کنید.
- در این مرحله معلم باید به طور شفاهی نکاتی را که به حل مسئله کمک می کند برای دانش آموزان توضیح دهد تا با استفاده از آنها بتواند مسئله مورد نظر را حل کند این راهنمایی نباید مستقیماً به چگونگی و راه حل مسئله اشاره کند، بلکه باید دانش آموز را به طور غیر مستقیم در پیدا کردن راه حل راهنمون سازد.
۵. برای حصول اطمینان از یادگیری دانش آموزان، از آنها بخواهید که چگونگی حل مسئله را به طور کامل نمایش دهند و مسائل جدیدی را با همان اصول حل کنند.

۳-۵ اصول یادگیری و روش فعال

مطلوب ترین روش تدریس روش فعال می باشد که بر پایه اصول یادگیری پایه گذاری شده است همان گونه که عزتخواه (۱۳۹۰) عنوان کرده است، در این روش وضعیت کلاسی را که مورد نظرمان است می توان در سه اصل یادگیری ذیل که بهتر است آنها را سه اصل آموزش نیز بنامیم خلاصه نمود:

۱. یادگیری فعال: بهترین راه یادگیری هر چیز کشف آن چیز به وسیله متعلم (یادگیرنده) است. این اصلی است که بنای روش مفراطی بوده و به اندازه خود یادگیری قدمت دارد.
۲. بهترین تحریک (انگیزه): برای آنکه یادگیری مؤثر و فعال باشد متعلم باید در مواردی که به وی یاد داده می شود علاقه مند باشد و در فعالیت یادگیری خشنودنی یابد. و این در صورتی تحقق می یابد که برای یادگیری انگیزه داشته باشد. یک محصل (دانش آموز) تحریک شده و با انگیزه خیلی سهل تر از کسی که تحریک نشده است مطالب را فرا می گیرد. تحریکات ممکن است شامل آرزوی یادگیری، احتیاج

به نقش داشتن، آرزوی داشتن یک مدرک بخصوص و یا پرهیز از تنبیه باشد. البته یادگیری تحت تحریکات ثانوی بر یادگیری تحت تحریکات خارجی رجحان دارد.

۳-۶ فازها یا مراحل متوالی آموزش

یادگیری یا عمل و خیال و گمان شروع می شود. سپس از احاطه به کلمات و مفاهیم می انجامد. و باید به صورت عادات ذهنی مورد نظر خاتمه یابد. به عبارت دیگر برای آنکه یادگیری مؤثر و فعال باشد، لازم است که یک فارکاوشری مقدم بر فاز تشکیل عبارات و مفاهیم وجود داشته باشد، سرانجام باید مواد یاد شده به وضعیت سازی متعلم و رفتار وی سهمی ببخشد و با این وضعیت یکی شوند. در روان شناسی می گویند که یادگیری برای تغییر رفتار است. این بدان معنی است که یادگیرنده مطالبی را که یاد گرفته در رفتار او باید اثر بگذارد و با شخصیت وی وحدت پیدا کند. برای مثال محصلی که ضرب اعداد یک رقمی را خوب یاد گرفته به محض آنکه یک چنین ضربی را به وی ارائه دهیم عکس العمل نشان داده و جواب آن را می گوید. در صورتی که قبل از یاد گیری این ضرب یادگیری دیگر داشت و عکس العملی غیر از این داشته است (عزتخواه، ۱۳۹۰).

۳-۶-۱ تدریس به روش فعال

باتوجه به اصول فوق الذکر، در عمل معلمین با استفاده از وسایل کمک آموزشی به طرق مجسم، نیمه مجسم و مجسود و به یاری فنون و هنرهای معمولی مانند استفاده از داستان های مناسب و تقاضای های متناسب، مقدماتی فراهم می کنند تا متعلم در طی آن به کشف مفاهیم و روابط مورد نظر نایل شود (مرحله کاوشگری). سپس با استفاده از سؤال و جواب و بحث بین معلم و بچه ها و یا خود بچه ها تشکیل عبارات مورد نظر انجام می گیرد. در مرحله آخر با تمرین های مکرر و ممارست های عملی در مورد مفاهیم و تکنیک های یاد شده سعی می شود این مفاهیم و مطالب با رفتار متعلم وحدت پیدا کند. در اینجا ذکر این نکته ضروری است که در مراحل کاوشگری و تشکیل عبارات و مفاهیم، تعاون و همکاری گروهی بچه ها یا یکدیگر نقش به سزایی دارد. چنانچه امکانات کلاس اجازه دهد باید معلمین سعی کنند که در ضمن آموزش، حسن تعاون و همکاری گروهی را در بچه ها تقویت کنند و از آن به عنوان عاملی در جهت آموزش و یادگیری صحیح استفاده نمایند (شعاعی، ۱۳۹۲).

۷-۳ سیر تفکر دانش آموز در آموزش درس ریاضیات

الف) روش استقرایی: در این روش معلم دانش آموزان را از راه تحقیق و بحث به شناخت اصول و حقایق ریاضی راهنمایی می کند. ابتدا بحث از جزئیات و مثال همام شروع آغاز می شود و با بررسی آن ها، به اصول و قواعد کلی ریاضی دست می یابند. مثلاً در تدریس هندسه ابتدا معلم شکل های هندسی مختلف را به دانش آموزان می دهد، سپس با تحریک دانش آموزان به تشخیص صفات مشترک آن ها به کمک خود آنان نتیجه می گیرد که مربع، مستطیل یا مثلث به چه نوع شکلی می گویند. چون روش هرسارت را مری بزرگ آلمانی بر اساس همین روش استقرایی بنیان گذاری شده است، بیشتر معلمان ریاضی از مراحل تدریس او استفاده می کنند (گولدین، ۲۰۱۳). هنوز^۱ و همکاران (۲۰۱۲) برای تدریس چهار مرحله پیشنهاد کرده اند که دانشمندان بعد از او آن را به پس مرحله به شرح زیر رسانده اند:

۱. آمادگی: در این مرحله از تدریس معلم می کوشد ابتدا در دانش آموزان نسبت به موضوع درس رغبت ایجاد کند، سپس هدف درس را روشن کند، سپس معلومات فلسفی دانش آموزان را بررسی و مطالب جدید را بر پایه معلومات قبلی آنان تدریس کند.
۲. عرضه: معلم درس تازه را عرضه می کند و به اصطلاح موضوع جدید را با توجه به هدف های که پیش بینی کرده است به دانش آموزان تدریس می کند.
۳. مقایسه: بین معلومات قبلی و درس ارتباط برقرار و مقایسه می کند و در این مقایسه است که به اصول کلی دست پیدا می کند. در این مرحله از تدریس ریاضیات، معلم قاعده را پیدا می کند و تعاریف را ارائه می دهد مانند تعریف چندضلعی و نظایر آن ها.
۴. تعمیم: نتایج به دست آمده در مرحله سوم که در ریاضیات قاعده گفته می شود در مواقع مقتضی و همانند تعمیم داده می شود.
۵. کاربرد و تطبیق: مانند حل مسائل ریاضی. بعد از یاد گرفتن قاعده، روابط ریاضی را به کار می برند و تطبیق می دهند.

ب) روش قیاسی: در این روش ابتدا، معلم قاعده را در درس های ریاضی می گوید، سپس مثال می زند، مانند مثلث شکلی است دارای سه زاویه و سه ضلع ک

۱ Herbat
2 Henola

اضلاع آن دوبه دو همدیگر را قطع می کنند. بعد از گفتن این قاعده، از دانش آموز خواسته می شود تمام اشکالی را که در محیط اطراف خویش به شکل مثلث دیده است، مشخص کند. بعد از آن به بررسی اجزای مثلث، مانند اضلاع و زوایا می پردازند (دیویاک و کوچک^۱، ۲۰۰۸). ولی سؤال این است که در مدارس ابتدایی برای تدریس ریاضیات کدام یک از موارد مذکور بهتر است و چرا؟

خلاصه فصل سوم

در این فصل با یادگیری براساس اجرای پروژه یا حل مسئله آشنا شدیم که تاریخ آن از تاریخ تعلیم و تربیت کوتاه تر نیست. این روش یادگیری در طی زمان همراه با تغییرات و تحولات در درک اصول و تئوری های یادگیری و به موازات تحقیقات در علوم روان شناسی شکل گرفته است.

یادگیری براساس اجرای پروژه مدلی برای فعالیت های کلاس است که از روش های معلم محور می باشد و همیشه در آن این خطر وجود دارد که توجه و تمرکز دانش آموز به فراگیری مطلب مورد نظر از دست برود. یادگیری براساس اجرای پروژه فرصتی فراهم می آورد تا دانش آموزان انواع تکنولوژی ها را به عنوان ابزار طراحی، ایجاد و یا ارائه پروژه هایشان به شکلی مؤثر به کار ببرند. روش مسئله ای در حقیقت نوعی آماده کردن فراگیر برای زندگی است، زیرا زندگی یعنی مواجه شدن با مسائل و کوشش برای حل آن. در این روش، فعالیت های آموزشی به گونه ای تنظیم می شود که در ذهن فراگیر مسئله ای ایجاد شود و او علاقه مند شود که با تلاش خود راه حلی برای آن مسئله پیدا کند. آن گونه که گولدین بیان کرده اند، در روش مسئله ای، دانش آموز باید شرایط زیر را داشته باشد تا بتواند مسئله را حل کند: ۱. توجه به مسئله ۲. قدرت شناخت و درک مسئله ۳. تشخیص ویژگی های مسئله ۴. آمادگی برای حل مسئله ۵. قدرت تنظیم راه حل های احتمالی ۶. قدرت انجام دادن مسئله و گردآوری اطلاعات و تحلیل آن ها ۷. قضاوت در مورد مسئله و اطلاعات گردآوری شده و پذیرفتن راه حل های معتبر و کنار گذاشتن فرضیه های غیر معتبر. محاسن و محدودیت های این روش حل مسئله عبارتند از:

1 Divjak & Kukot

معاسن: ۱. موجب ارتباط فعالیت‌های مدرسه با زندگی واقعی شاگرد می‌شود.
 ۲. ارتقار روان‌شناسی، بهترین روش‌های تدریس برای ایجاد تفکر علمی در شاگردان است.
 ۳. چون ثابت و خشک و غیر قابل انعطاف نیست، باعث برانگیختن علاقه طبیعی شاگردان به درس می‌شود.
 ۴. تقریباً قابل انعطاف یا وضع کلاس‌های متداول است.
 محدودیت‌ها: ۱. بست به فعالیت‌های متداول مدرسه احتیاج به زمان بیشتری دارد.
 ۲. احتیاج به معلمان باتجربه و آشنا با روش تحقیق دارد.
 ۳. وقت‌گیر است و ممکن است با توجه به برنامه‌های جاری مدارس نتوان این روش را به‌طور مؤثر اجرا کرد.
 به اصل یادگیری زیر که بهتر است آن‌ها را به اصل آموزش نیز بنامیم. ۱. یادگیری فعال بهترین راه یادگیری هر چیز کشف آن چیز به وسیله متعلم (یادگیرنده) است. این اصلی است که مبنای روش سفراطی بوده و به اندازه خود یادگیری قدمت دارد. ۲. بهترین تحریک (انگیزه) برای آنکه یادگیری مؤثر و فعال باشد متعلم باید در سواد که به نزد یاد دانه می‌شود علاقه‌مند باشد و در فعالیت یادگیری عشق‌نودی بیابد. ۳. قازها با مراحل متوالی آموزش: یادگیری با عمل و خیال و گمان شروع می‌شود و سپس از آنجا به کلمات و مفاهیم می‌انجامد.

خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل سوم

با پاسخ دادن به نمونه‌هایی از پرسش‌های امتحانی خود را بیازمایید.
 ۱. مطلوب‌ترین روش تدریس که بر پایه اصول یادگیری پایه‌گذاری شده کدام گزینه

- می‌باشد؟
 الف) روش قیاس
 ب) روش فعال
 ج) روش حل مسئله
 د) روش اکتشافی
 ۲. بهترین راه یادگیری کدام گزینه می‌باشد؟
 الف) روش فعال
 ب) توصیف
 ج) حل مسئله
 د) اکتشاف
 ۳. در کدام روش ابتدا معلم قاعده را در درس‌های ریاضی می‌گوید و سپس مثال می‌زند؟
 الف) روش قیاس
 ب) سفراطی
 ج) حل مسئله
 د) روش اکتشافی

۴. اولین شرط روش حل مسئله از نظر کوالدین کدام گزینه می‌باشد؟
 الف) توجه به مسئله
 ب) قدرت ساخت و درک مسئله
 ج) تشخیص ویژگی‌های مسئله
 د) آمادگی برای حل مسئله
 ۵. در کدام روش هدف این است که دانش‌آموز خود راه حل مسئله را کشف کند؟
 الف) روش قیاس
 ب) روش فعال
 ج) روش حل مسئله
 د) روش اکتشافی

فصل چهارم

زمان شکل گیری و نحوه تدریس مفاهیم پایه ریاضی

هدف کلی

آشنایی با زمان شکل گیری و نحوه تدریس مفاهیم پایه ریاضی

هدف های یادگیری

پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:

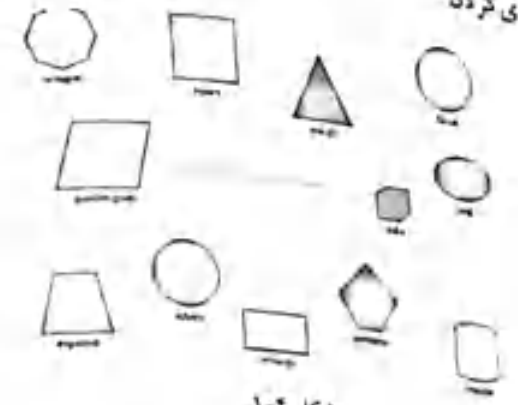
۱. مراحل ارائه درس در کلاس از نظر عزتخواه را شرح دهید.
۲. مراحل تدریس مرحله نیمه مجسم = (تصویری) را بیان نمایید.
۳. روش آموزش برنامه‌ای (آموزش انفرادی) را تدریس کنید.
۴. اصول آموزش برنامه‌ای براساس دیدگاه شعبانی را شرح دهید.
۵. مراحل نوشتن آموزش برنامه‌ای را مورد بحث قرار دهید.

مقدمه

دوران خردسالی بهترین فرصت و زمان برای آموزش مفاهیم و مهارت‌های پایه ریاضی به کودکان پیش دبستان است چراکه نگرش کودکان نسبت به ریاضی در این دوران شکل می‌گیرد. از طرفی، به لحاظ رشدی و تحولی تیز دوران پیش دبستان برای شکل‌گیری و آموزش مفاهیم ریاضی به کودکان یک دوران حساس می‌باشد. منظور از مهارت‌های پایه ریاضی کودکان پیش دبستان، مهارت‌های طبقه‌بندی کردن (تغییر ملاک، درون‌گنجی و سلسله‌مراتبی)، ردیف کردن (طول و سطح)، نگهداری ذهنی عددی (مطابقت یک‌به‌یک

اجزای، شمارش اعداد، ترتیب اعداد، مفاهیم نصف و مساوی، مفاهیم ابتدایی چهار عمل اصلی، اصل اول هندسه (روابط فضایی، حجم فضایی، روابط تریگونومیتریک تریس، ترسیم اشکال هندسی و تشخیص شایعاتها و تفاوتها (تشخیص شایعاتها، تشخیص تفاوتها، سزاشی در عیالنگوا است (فاسم نیار، ۱۳۸۹)

۱-۴ طبقه‌بندی کردن



شکل ۱-۴

طبقه‌بندی کردن یکی از مفاهیم پایه و اصلی ریاضی کودکان پیش دبستان است. طبقه‌بندی اشیا فعالیت ضروری است که کودکان به طور طبیعی آنرا از همان خردسالی شروع می‌کنند. برای مثال وقتی کودک، مادر و یا شیشه شیر خود را می‌شناسد و یا سنگ و گریه را از یکدیگر تشخیص می‌دهد و بین آنها فرق می‌گذارد، در واقع در ذهن خود نوعی طبقه‌بندی انجام می‌دهد (موزلی، مردیت و کریمی، ترجمه کریمی، ۱۳۸۷).

طبقه‌بندی کردن عبارت از گروه‌بندی اشیا بر اساس ملاک‌های مشترک است. ساده‌ترین طبقه‌بندی به صورت یک دنباله خطی است. مثلاً سنگ‌ها < حیوانات < موجودات زنده یا $A > B > C$ است (منصور و دادستان، ۱۳۶۷). طبقه‌بندی یک بخش اساسی از تفکر ریاضی کودکان پیش دبستان است. بسیاری از پدران و مادران با مربیان و معلمان تصور می‌کنند که شمارش، اولین فعالیت ریاضی است که باید به کودکان آموخت، در حالی که اگر کودکی به کمک حافظه، فقط اسم اعداد را تکرار کند، ممکن است درک درستی از مفهوم

زمان شکل‌گیری و نحوه تدریس مفاهیم پایه ریاض

عدد پیدا نکرده باشد. برای مثال، کودک هرگز نمی‌تواند از میان میوه‌ها، سه تا سیب سه تا بادام بگیرد مگر آنکه تشخیص دهد سیب‌ها کدامند و آن‌ها را از بقیه میوه‌ها جدا کند. کنار هم بگذارد و دو دهن خود طقه‌بندی کند. سایرین طقه‌بندی، پایه‌ای برای تفکر منطقی و ریاضی است (موزلی، مردیت و کریمی، ترجمه کریمی، ۱۳۸۷).

سایرین می‌توانیم نتیجه بگیریم که کودکان برای درک مفهوم عدد، نیاز به درک مفهوم مجموعه‌ها دارند. و از طریق شناختن این مفهوم و مقایسه اعضای آن‌ها با مجموعه‌های دیگر (تناظر یک‌به‌یک) به درک مفهوم کس و مجردی از عدد خواهند رسید (ترکمان، ۱۳۸۶).

هر طبقه شامل دو ویژگی با رابطه است که هر دو ویژگی برای تشکیل آن لازم و کافی هستند:

- ۱. کلیات مشترک اعضای طبقه با یکدیگر و با اعضای طبقات دیگر، و همچنین تفاوت‌های خاصی که اعضای طبقه را از اعضای طبقات دیگر متمایز می‌کند (مفهم).
- ۲. روابط جزء یا کل (تعلق و درون‌گنجی) که با اصطلاحات کس گفته «همه»، «چندتا» یا «هیچ» که در مورد اعضای طبقه مورد نظر و اعضای طبقات (که طبقه بخشی از آن‌هاست) به کار بسته می‌شوند، مشخص می‌شوند (گسترش).

به‌طور ساده می‌توانیم بگوییم که هر طبقه بر اساس الف) فهم آن، یعنی جمع‌آوری خصیصه‌های مشترک افرادی که آنرا تشکیل می‌دهند و

ب) گسترش آن، یعنی مجموعه افرادی که ویژگی‌ها یا خصیصه‌های مشترک درباره آن‌ها به کار بسته می‌شود، متمایز می‌گردد (منصور و دادستان، ۱۳۶۷).

از نظر روان‌شناسی، ساخت ادراک حسی برای حل مسائل طبقه‌بندی کافی است. به عبارت ساده‌تر، کودک به طور طبیعی از وقتی که اشیا را می‌شناسد، شروع به نوعی طبقه‌بندی می‌کند، البته ما می‌توانیم طبقه‌بندی‌های آگاهانه‌تری را به کودک بیاموزیم. شروع این طبقه‌بندی‌های برنامه‌ریزی شده، کم‌وبیش از چهار سالگی است. برای مثال، مجموعه‌ای از شکل‌های مربع، دایره و مثلث را از مقوله‌های رنگی به رنگ‌های گوناگون و در اندازه‌های متفاوت بپريد و به کودکان بدهید. سپس از آنان خواهید آدهایی که مثل هم هستند را، جدا کنند و بهلوی هم بگذارند.

در این روش کودکان معمولاً آن‌ها را بر اساس رنگ و اندازه و کم و بیش
 از سلسله شش طبقه‌بندی می‌کنند اما با قبل از ۵ سالگی قادر نیستند طبقه‌بندی چندگانه
 داشته باشند یعنی بر اساس هر سه ویژگی آن‌ها را طبقه‌بندی کنند. البته بهتر است بدانیم
 که سیر تکامل یافته و قطعی نیست و ممکن است در کودکان مختلف دیرتر یا
 زودتر باشد (مولوی، مردیت و کریمی، ترجمه کریمی، ۱۳۸۷).



۲-۱ ویدئو کردن

شکل ۲-۱

یکی دیگر از مفاهیم و مهارت‌های پایه ریاضی کودکان پیش‌دبستان ترتیب با
 سرتیتر است یعنی تعدادی از اشیاء را بر حسب یکی از خواص آن (بزرگی، کوچکی،
 طول، حجم، مرتب شونده (تک‌بند)، ترجمه کریمی، ۱۳۶۱). این فعالیت توانایی کودک
 را به کار می‌گیرد و آن‌ها را آماده می‌کند تا قدرت مشاهده و دقت نظر خود را بر
 موضوعی خاص متمرکز کند و همزمان با این حرکات و فعالیت‌ها قدرت تفکر و
 استدلال ابتدایی کودک در حال فعالیت و پیشرفت خواهد بود (ترکمان، ۱۳۸۶).
 بسیاری از مفاهیم ریاضی که کودک در سال‌های بالاتر می‌خواند نیاز به دانستن
 مفهوم ترتیب دارد. برای مثال، سلسله اعداد طبیعی (۱، ۲، ۳، ...) دارای ترتیب معینی
 است، یعنی هر عدد قبل از یک عدد و بعد از عدد دیگر قرار دارد. کودک برای درک
 اعداد باید مفهوم ترتیب را درک کرده و تمرین‌های عملی زیادی در آن زمینه داشته باشد
 (مولوی، مردیت و کریمی، ترجمه کریمی، ۱۳۸۷).

چون عملیات ریاضی کردن مشتمل بر گروه‌بندی اشیاء بر حسب تفاوت‌های
 سلسله‌های آن‌هاست، پس می‌توان تصور کرد که به دلیل آنکه بر اساس نظر گنستاک
 از ساخت خوبی برخوردارند، پیش از عملیات طبقه‌بندی، پدیدار می‌شوند. اما چنین

(مان شکل گمری و نحوه تدریس مفاهیم پایه ریاضی ۵۱
 چیزی واقعیت ندارد و عملیات اخیر نیز همزمان با عملیات طبقه‌بندی تکس می‌شوند
 (مصور و دانستان، ۱۳۴۷)
 به زبان روان‌شناسی، برای اینکه کودکی بتواند به‌طور کامل در مسائل ترتیب با
 سرتیتر کردن موفق باشد، باید ساخت‌های روان‌شناسانه زیر در ذهن او شکل گرفته باشد:
 ۱. تفکر برگشت‌پذیری: توانایی مرتب کردن اشیاء از دو جهت، از بزرگ به کوچک و از
 کوچک به بزرگ. این قانون در ریاضی این‌طور بیان می‌شود: اگر $a > b$ و $b > c$ پس
 $a > c$ است.
 ۲. قانون انتقالی: اگر a بزرگ‌تر از b و c بزرگ‌تر از b باشد، در این صورت c نیز از a
 بزرگ‌تر است.
 ۳. روابط دوگانه هر عضو در یک مجموعه: هر عضو یک مجموعه، ضمن اینکه از
 عضو قبلی بزرگ‌تر (یا کوچک‌تر) است، از عضو بعدی کوچک‌تر (یا بزرگ‌تر)
 می‌باشد (مولوی، مردیت و کریمی، ترجمه کریمی، ۱۳۸۷).

۳-۲ نگهداری ذهنی عدد



شکل ۳-۲

نگهداری ذهنی عدد از دیگر مفاهیم پایه ریاضی کودکان پیش‌دبستان است.
 کودکان برای نگهداری مفهوم عدد و هر نوع کمیتی نیاز به درک ایفا دارند. این مفهوم به
 آن معنی است که اشیاء یا کمیت‌ها علیرغم تغییر در ظاهر فیزیکی‌شان و جابه‌جایی آن‌ها
 به همان اندازه باقی می‌مانند. به بیان دیگر کودکان لازم است درک کنند که تعداد
 مذاهای یک مجموعه با تجدید گروه‌بندی و جابه‌جایی، تغییری در تعدادشان حاصل
 نمی‌شود و به همان اندازه و مقدار اولیه باقی می‌مانند (ترکمان، ۱۳۸۶).

بر اساس مطالعات و پژوهش های پیازه در خصوص شکل گیری مفاهیم ریاضی کودکان پیش دبستان، درک مفهوم واقعی عدد وقتی شروع می شود که کودک مفاهیم طبقه بندی، تناظر یک به یک و ترتیب را بداند (موزلی، مردیت و کریسی، ترجمه کریسی، ۱۳۸۷) از دیدگاه پیازه از هفت سالگی به بعد است که در کودک فکر عملیاتی عمده موجود می آید، اما با اتکا بر دو ساخت عملیاتی هم زمان یعنی ساخت های منظر طبقه بندی و ردیف کردن. در نتیجه، این دو ساخت به تشکیل ردیف اعداد صحیح منتهی می گردند پس عدد یک داده ابتدایی نیست که با یک شهود عددی نخستین مطابقت کند، بلکه داده ایست که ساخته شدن آن به صورت عملیاتی از یک سطح عدم نگهداری ذهنی آغاز می شود. پیازه در این باب می نویسد: «عدد مستلزم یک تألیف جدید است. هر چند کلیه عناصر آن از گروه ها به عاریت گرفته شدند. به عبارت دیگر: عدد اولاً از طبقه بندی، ساخت درون گنجی آنرا به عاریت می گیرد؛ ا گنجانده شده در ۲، ۳ و ۴ و الی آخر.

ناباً از آنجا که به انتزاع صفات می بردارد تا اشیا را به واحدها مبدل سازد، به یک ترتیب ردیفی، که تنها وسیله تمایز یک واحد از واحد بعدی است نیز متوسل می شود. یک بعد یک، بعد یک، بعد یک و غیره (منصور و دادستان، ۱۳۶۷).

در حقیقت از نقطه نظر روان شناسی، عدد سنتزی از طبقه بندی و ترتیب است (کوبلند، ترجمه کریسی، ۱۳۶۱).

کودک حتی زمانی که می تواند واژه های عددی (یک، دو، سه و...) را به درستی از سر بگوید، امکان دارد که هنگام شمارش اشیا نتواند اعداد صحیح را بگوید. این اشباه به علت آن است که هنوز مفهوم تناظر یک به یک را درک نکرده است. تناظر در ریاضی به فاعده یا قالبی گفته می شود که بموجب آن، هر عضو از یک مجموعه مفروض به یک یا چند عضو نظیر خود در مجموعه مفروض دیگری مربوط می شود (موزلی، مردیت و کریسی، ترجمه کریسی، ۱۳۸۷). به عبارت دیگر، تناظر یا تطبیق عبارت است از تناظر فیزیکی اشیا (اصغری، ۱۳۸۳).

کودک برای شمارش با معارف درک مفهوم عدد دو مرحله را سپری می کند. در مرحله اول، یعنی شمارش بی معاد از سن ۵-۴ سالگی، کودک به وسیله تقلید و تکرار و بی توجه به معارف مفهوم اسم اعداد را به زبان می آورد در مرحله بعدی (شمارش با معنا و تناظر

یک به یک) کودک با شمردن اجزای اشیای عینی یک مجموعه و لمس و جابه جایی آن ها و همچنین به زبان آوردن اسم اعداد به آن مفهوم پی می برد. مثلاً کودکی که پنج دکمه، مهره، گل یا هر چیز دیگر را یکی یکی با دست جابه جا می کند، در حقیقت اشیای یک مجموعه پنج تایی را شمرده است و تناظری بین شیء با اسم اعداد ۱-۲-۳-۴ و ۵ انجام داده است. به زبانی دیگر، عملی که کودک به هنگام شمارش با معنا انجام می دهد در حقیقت نسبت دادن یک به یک کلماتی (اسم اعداد) است که در ذهن دارد و به واحدهایی که در یک مجموعه عینی می بیند. بنابراین تناظر یک به یک کردن در واحدهای دو مجموعه اساس شمردن با معنا می باشد و مادامی که کودکان قادر به تناظر یک به یک مجموعه ها نشوند، نمی توانند به شمارش با معنا و مفهوم عدد پی ببرند (ترکمان، ۱۳۸۶).

گلمن [۱] به فرایند انتزاع عدد و شمارش توجه خاصی مبذول داشته است. مطالعات او در خصوص ریاضی کودکان پیش دبستان، ناظر بر این است که کودکان خردسال از شمارش به عنوان روش اصلی تیل به باز نمایی های تکثیر و چندی استفاده می کنند. او همچنین نشان داد که فعالیت شمارش کودکان در این سنین تحت راهبری «پنج اصل شمارش» [۲] است. سه اصل اول (اصل یک به یک، اصل نظم ثابت، و اصل عدد نهایی) کودک را راهنمایی می کند تا چگونه بشمارد، اصل چهارم (اصل انتزاع) به او می گوید که چه چیزهایی را می توان شمرد، و اصل پنجم (بی اترو بودن نظم شمردنی ها) مستلزم ترکیبی از این چهار اصل است (فلاول، ترجمه ماهر، ۱۳۷۷).

گلمن و دیگران نشان دادند که کودکان پیش دبستانی در حقیقت در قلمرو عددی، نسبت به آنچه پژوهش های پیشناز پیازه نشان داده اند، دارای دانش و مهارت بیشتری هستند نتایج گلمن برای افرادی که با پژوهش های قدیمی تر در مورد نگهداری ذهنی عدد از دید پیازه آشنا نیستند، تکان دهنده می نماید. نوشته های قدیم تر نشان می داد که هرگاه از کودکان خردسال در مورد تعداد موارد موجود در دور ردیف سؤال کنند، آن ها بیشتر بر حسب طول ردیف (با گاهی اوقات، تراکم ردیف) پاسخ می دهند. در واقع کودک در عوض آنکه تعداد یا کمیت را در نظر بگیرد، با توجه به این ابعاد نامربوط به پاسخ غیر نگهداری ذهنی می رسد. با توجه به این، گلمن دریافت که حتی کودکان ۳ و ۴ ساله نیز برنده یا بازنده را بیشتر بر حسب تعداد، و نه طول یا تراکم دور ردیف، مشخص می کنند (فلاول، ترجمه ماهر، ۱۳۷۷).

۱. Flavol



شکل ۴-۲

چهارمین مفهوم پایه در ریاضی کودکان پیش‌دستان، هندسه است. هندسه ریاضیاتی است که با مکان اشیا در فضا سروکار دارد (موزلی، مردیت و کریمی، ترجمه کریمی، ۱۳۸۷). مطالعه درباره کشف روابط فضایی کودک که می‌توان آنرا هندسه خودبخودی کودک نامید، از تحقیق درباره مفاهیم عددی او اهمیت کمتری ندارد (پیاژه، ۱۹۵۳، ترجمه سیف، ۱۳۵۳).

انواع مختلفی از هندسه وجود دارد، اما هندسه‌هایی که به تجربیات کودک مربوط می‌شوند عبارت‌اند از:

۱. هندسه اقلیدسی: این هندسه با شکل‌های مسطحی مانند مثلث‌ها، مربع‌ها، دایره‌ها و... و باره خط‌ها سروکار دارد. در هندسه اقلیدسی، طول پاره‌خط‌ها، اندازه زاویه‌ها و شکل خط‌ها و... مهم است. به عبارت دیگر، اگر در مثلثی طول ضلع و یا اندازه یکی از زوایای آن تغییر کند، مثلث دیگری، متفاوت با مثلث اول، به دست می‌آید. بنابراین در هندسه اقلیدسی، طول ضلع‌ها و زوایا و عناصر «صلبی» در نظر گرفته می‌شود (یعنی خم و کونا و بلند نمی‌شود و اندازه‌های ثابتی دارند، و اگر هر کدام از این تغییرات انجام شود، شکل‌های دیگری به دست می‌آید).

۲. توپولوژی (با هندسه کشانی): در ریاضیات توپولوژی، شکل‌ها به صورت ثابت و «صلب» در نظر گرفته می‌شوند، بلکه ممکن است منبسط یا منقبض شوند و شکل‌های مختلفی به خود بگیرند. به همین دلیل است که به توپولوژی، هندسه لاشکی هم می‌گویند. لاشکی توپولوژی شکل‌های ساده بسته‌ای مانند مربع، دایره و یا مثلث، پیکان و یا همانند [۳] هستند، زیرا با پهن و یا جمع کردن (تغییر دادن

شکل و طول خط‌ها و زاویه‌ها) به یکدیگر تبدیل می‌شوند. می‌توان یک مربع را با تغییر شکل ضلع‌ها و زاویه‌ها - بدون اینکه در این شکل‌ها سوراخ و یا گسستگی ایجاد شود- به یک مستطیل یا بیضی یا دایره... و یا یک مثلث تبدیل کرد. در ریاضیات، به چنین شکل‌هایی منحنی‌های بسته ساده می‌گویند. به بیان دیگر، یک شکل ساده بسته عبارت از شکلی است که برای رسم آن، از یک نقطه شروع می‌کنیم و بدون آنکه نقطه‌ای را دوباره رسم کنیم، تا پایان شکل ادامه می‌دهیم (موزلی، مردیت و کریمی، ترجمه کریمی، ۱۳۸۷).

به نظر می‌رسد که ترتیب تکامل مفاهیم هندسی در کودک با ترتیب کشف تاریخی این علم رابطه عکس دارد. هندسه علمی با اصول اقلیدس شروع شد. در قرن هفدهم هندسه اقلیدسی تکامل پیدا کرد و هندسه تصویری نامیده شد. سرانجام در قرن نوزدهم این هندسه با علمی به نام توپولوژی تبدیل شد. ترتیب تکامل مفاهیم هندسی کودک به عکس ترتیب تاریخی این علم است: نخستین کشفیات هندسی کودک توپولوژی است. وی در سه‌سالگی قادر به تمیز بین اشکال باز و بسته است. اگر از او بخواهید تا از روی سرمشق یک چهار گوش یا یک سه گوش رسم کند، یک دایره می‌کشد و یا با دو خط مجزا یک تقاطع رسم می‌کند.

اگر به او شکل یک دایره بزرگ با دایره کوچکی داخل آن را نشان دهید، کاملاً قادر است که این رابطه را خود ایجاد کند و می‌تواند شکلی بکشد که در آن دایره کوچکی در خارج یا نزدیک به لبه دایره بزرگ باشد. کودک قادر است همه این کارها را پیش از آنکه بتواند یک سه گوش بکشد یا مشخصات اقلیدسی یک شکل (شماره پهلوها، گوشه‌ها و غیره) را نشان دهد و بکشد. کودک تا مدتی نسبتاً طولانی بعد از اینکه بر روابط توپولوژیک مسلط شد، نمی‌تواند درباره هندسه اقلیدسی و تصویری نضراتی داشته باشد (پیاژه، ۱۹۵۳، ترجمه سیف، ۱۳۵۳).

بنابراین از دیدگاه پیاژه رشد دانش فضایی در کودکان شامل سه مرحله متوالی توپولوژی، تصویری (نرمیسی) و اقلیدسی است (به نقل از مونرو [۴] که در آن فضای تصویری و اقلیدسی به موازات هم ساخته می‌شوند (پیاژه^۱ و اینهلدر^۲، ترجمه توفیق، ۱۳۸۶). (۱) در ابتدا کودک به ویژگی‌های کلی شیء که مستقل از شکل و اندازه است توجه می‌کند.

1. Piyaeh
2. Inhelder

این‌ها ویژگی‌های توپولوژی هستند. در مرحله عددی (۲۱) کودک می‌تواند پیش‌پسین کشد زمانی که یک شورا از جاهای متفاوت مشاهده می‌شود، چگونگی به نظر خواهد آمد. برای مثال کودک می‌تواند جسم که به یک تانگ بزرگ / بالا چه شکلی خواهد داشت. (۳۳) کم‌بود ویژگی‌های هندسی که مرتبط با اندازه، فاصله و شکل است را یاد می‌گیرد.

ساعتی. این امر کودک را قادر می‌سازد تا بین شکل‌ها براساس ویژگی‌های فضایی آن‌ها همچون اندازه زاویه‌ها و تعداد ضلع‌های مساوی، تفاوت قائل شود. این‌ها ویژگی‌های اقلیدسی هستند. بنابراین کودک می‌تواند مفهوم فضایی مانند مثلث را در چندین سطح مختلف درک کند. ۱. می‌تواند یک نمونه از مثلث را شناسایی کرده و نام آن‌را بگوید. اما قادر به توصیف جرایم و توصیف ویژگی‌های آن نیست. ۲. شکل مثلث را در وضعیت‌های متفاوت شناسایی کند. ۳. نمونه‌ای از مفهوم راه و ویژگی‌های مشترک آن‌ها و آنچه آن‌را از یک چهارضلعی و غیره جدا می‌سازد را درک می‌کند (به نقل از مونرو).

کودک بین سن ۳ و ۷ سالگی، در مرحله توپولوژیک است. یعنی می‌تواند روابط توپولوژیک را درک کند. درحالی‌که هنوز هم روابط اقلیدسی مانند تعداد و طول ضلع‌ها و زاویه بین آن‌ها را درک نمی‌کند. در حدود هشت سالگی، کودک قادر خواهد بود که شکل‌هایی که شباهتی باهم دارند (مانند مربع و مستطیل‌ها) را هم تشخیص دهد. او تا حدود ۷ سالگی قادر نخواهد بود که یک متوازی‌الاضلاع را به‌طور صحیحی رسم کند (موزلی، مردیت و کریسی، ترجمه کریسی، ۱۳۸۷).

۵-۴ توپولوژیک ترتیب

غرض از توپولوژیک ترتیب این است که اگر تعدادی از اشیا به ترتیب معینی بر روی یک خط قرار بگیرند، شکل خط را می‌توان تغییر داد (خط راست تبدیل به منحنی و خط شکسته و غیره شود) بدون آنکه ترتیب اشیا تغییر نماید. بین سن ۶ تا ۷ سالگی کودک مفهوم منطقی و ثابتی از ترتیب را کسب کرده و می‌تواند مسائل را با سرعت و به‌سادگی حل نماید. او ترتیب بین عضوهای یک‌سری را به‌صورت جزئی از کل یگانه می‌بیند. با کسب برگشت‌پذیری تفکر، اینک کودک می‌تواند ترتیب معکوس را انجام دهد (کوپلند، ترجمه کریسی، ۱۳۶۱).

۵-۱-۱ تشخیص شباهت‌ها و تفاوت‌ها



شکل ۵-۲

تشخیص مقدماتی تشابهات و تفاوت‌ها هم دیگر مفهوم و مهارت پایه در ریاضی کودکان پیش‌دبستان است. تشخیص شباهت‌ها تفاوت‌ها علاوه بر آنکه در آموزش مفاهیم طبقه‌بندی و مجموعه‌سازی به‌کار برده می‌شود، کودکان را برای فراگیری جمع و تفریق و تساوی‌های ریاضی و همچنین کاربرد این دو مفهوم در آموزش علوم تجربی و زبان‌آموزی برای آینده آماده می‌کند. کودکان در آینده نیاز به مشاهده دقیق و تشخیص درک اختلافات بین کمیت‌ها و در نتیجه، کمی و افزونی آن‌ها دارند. اختلاف اندازه سطوح و خطوط و همچنین تفاوت‌های بین نمادهای عددی نیاز به مشاهده دقیق و تشخیص این دو مفهوم دارند. باید توجه داشت که مفهوم تشابهات همواره در مقابل اختلافات معنا پیدا می‌کند و تشخیص هر یک مستلزم فهم دیگری است.

آموزش مفاهیم اندازه‌ها و طبقه‌بندی و مجموعه‌سازی و ... درحقیقت آموزش اختلافات و تشخیص تشابهات است زیرا زمانی که به کودکان می‌آموزیم با فعالیت شخصی و تماس با اشیا مختلف آن‌ها را براساس یکی از صفات مشابه ظاهری «دسته‌بندی» کند. درحقیقت ضمن آنکه تشابهات را پایه عملیات خود قرار می‌دهد به درک اختلافات بین اشیا نیز می‌خواهد برد (ترکمان، ۱۳۸۶).

۶-۴ مراحل ارائه درس در کلاس

عزیزخواه (۱۳۹۰) ذکر می‌کند که این مراحل را می‌توان به ترتیب زیر منظم کرد:

الف) مرحله مجسم

در این مرحله است که باید با بزرگ کردن کلاس، با سؤا و جواب گروهی یا تفریدی، یا مشاهده در محیط از طریق دستک و نمایش، با استفاده از وسایل کمک آموزشی توسط شاگرد و معلم، دانش آموز با مفهوم آشنا شود، مفهوم در ذهن او نقش بندد و تا اندازه ای با آن خو بگیرد در هر ترمی این مرحله وجود دارد بهترین کار معلم در کلاس ارائه خوب این مرحله با توجه به هدف ترم است. برای این مرحله، ابتکار خود معلم مهم تر از نقش او دارد در همین مرحله است که معلم مناسب یا موضوع ترم و ابتکار خود روش های مختلف تدریس را به کار می بندد. کتاب دانش آموز معمولاً هیچ گونه کمکی به معلم در این مرحله مهم نمی کند ولی می تواند راه فعالیت هایش را به او نشان دهد.

ب) مرحله شفاهی

منظور از این مرحله این است که آموزگار یا شاگرد کردن جواب هایی که در مرحله پیش از دانش آموزان دریافت کرده به طور دقیق و یا حتی با نظم دادن به تجربیات و مشاهدات آنها به طور شفاهی سعی در تفهیم مطلب می کند. واژه هایی که در ترم باید به طور دقیق عرضه شوند با بیان درست تفهیم می کند و گاهی از دانش آموزان تکرار آنرا به طور دسته جمعی یا انفرادی به طور شفاهی می خواهد. این مرحله به تنهایی و بدون انجام مرحله (الف) هیچ گونه ارزش و اثباتی در کلاس درس ندارد و به کار بردن آن به طور مستقیم بدترین و مضرترین طریقه آموزش در کلاس است. ولی این مرحله برای مرحله (ج) زبر که اساس است لازم و ضروری است.

ج) مرحله نیمه مجسم (تصویری)

در این مرحله هم از وسایل کمک آموزشی مختلف (ارجله نخسته سیاه و دفتر مشق برای کشیدن و نوشتن) برای فهمیدن مطلب استفاده می شود. در حقیقت کار مرحله (الف) و سابق آن در این مرحله به صورت تصویری و نیمه مجسم ترمی آید. اهمیت این مرحله کمتر از اهمیت مرحله اول نیست و می توان در آن هم از ارزش های گوناگون تدریس استفاده نمود البته مناسب با موقعیت یادآوری می شود که منظور استفاده از نخسته سیاه و دفتر مشق پس نیست که تصویر و مفاهیمی که در کتاب

شوند. نباید به خاطر رضای خدا این عادت رونویسی و بازنویسی را که در مدارس ما معمول گشته است کم کم فراموش کنیم و به جای آن مغزها و قوه های ابتکار خود و دانش آموزانمان را به کار اندازیم. باشد که نسل آینده به جای تقلید کورکورانه به سازندگی بپردازد.

در ابتدای عرضه هر مفهوم و در بیشترین صفحات کتاب دانش آموز تصاویری به این مرحله اختصاص داده شده است تا الهام بخش و راهنمای آموزگار و شاگرد برای این مرحله باشد. ولی استفاده مستقیم از این تصویرهای کتاب باید در آخرین قسمت این مرحله و درست قبل از انجام مرحله کنترل زیر انجام شود.

د) مرحله کنترل

منظور از این مرحله این است که بررسی کنیم تا چه اندازه در مرحله «الف و ب و ج» به هدف درس رسیده ایم. تمرین هایی که در صفحه های کتاب دانش آموز ارائه شده است با دقت خاص در مسیر هدف آن صفحه، فقط برای این مرحله ارائه شده اند و باید در کتاب و حتی الامکان در مدرسه انجام شود.

اگر مراحل قبلی تدریس رعایت شده اند هیچ گونه نیاز به راهنمایی دانش آموز برای انجام تمرین ها نیست. تنها باید دانش آموز دستور کار را درست بفهمد. این دستور کار در بالای صفحات با بالای هر قسمت با خط ریز نوشته شده که معلم آن ها را می خواند و اگر کافی نمی داند با زبان کودک این دستور را برای او روشن تر می کند ولی آموزگار باید توجه کند که توضیح دستور العمل نباید به مرحله ای برسد که تمرین عبارت حل شود و دانش آموز بازم نقش رونویس کننده و بازنویس کننده گفته معلم را به خود بگیرد. به نظر ما اگر غیر از روشی که گفته شده برای مرحله کنترل عمل شود کاملاً برخلاف هدف کتاب قدم برداشته شده است. برای آگاهی بیشتر از چگونگی استفاده از هر صفحه کتاب دانش آموز به راهنمای تدریس آن صفحه مراجعه کنید.

ر) مرحله رفع اشتباهات و به کارگیری درس

در این مرحله آموزگار باید کار انجام شده توسط دانش آموز را ببیند. برای آنهایی که مطلب را دریافته اند روی تخته یا دفتر مشق تمرین های اضافی همانند کتاب بدهد تا مطلب را بفهمد. معلم خوب، تصحیح کارهای دانش آموزان را بعد از کلاس درس در ساعت های بیکاری انجام می دهد نه همان موقع در کلاس. دانش آموزانی که مطلب را

غریب تری کرده اند در صورت امکان و توانایی آموزگار، باید در کارهای مشابه ولی مشکل تر معز ازها و راه کار انداخت در محضرت مطالب ریاضی انتزاعی هستند و به طور حتم در صفحات بعدی دوباره به کار گرفته خواهد شد (ووگل-والکون، همکاران، ۲۰۱۲)

۷-۴ روش آموزش برنامه‌های (آموزش انفرادی)

آموزش برنامه‌های از سال ۱۹۵۶ در آمریکا به وسیله اسکیر استاد روان‌شناسی دانشگاه هاروارد معرفی شد و اساس آن بر تحقیقات و پژوهش‌های علمی دانشمند مذکور استوار است. در آموزش برنامه‌های مواد درسی طوری تنظیم و ارائه می‌شود که دانش‌آموز بتواند بر حسب نیاز فردی و مناسب با توانایی و استعداد خود، در یادگیری، پیشرفت کند. در آموزش برنامه‌های بین دانش‌آموز و وسیله یا دستگاه، نوعی ارتباط آموزشی برقرار می‌شود، به این ترتیب، دانش‌آموز می‌تواند نتیجه یادگیری خود را ارزیابی کند. در این روش درس به قسمت‌های مختلف تقسیم می‌شود و هر قسمت یا نظم و ترتیبی منطقی در اختیار دانش‌آموز قرار می‌گیرد. دانش‌آموز در هر قسمت تنها با یک جزء از درس سروکار دارد. به این ترتیب هر پاسخ مثبت باعث تقویت یادگیری می‌شود و او را تسویق می‌کند تا به یادگیری ادامه دهد. البته اگر دانش‌آموز پاسخ نادرست انتخاب کند، معلم دوباره موضوع را توضیح می‌دهد و او را راهنمایی می‌کند تا پاسخ دیگری انتخاب کند و از این طریق دانش‌آموز به سمت پاسخ صحیح هدایت می‌شود (شوکاران، و همکاران، ۲۰۱۵)

الف) اصول آموزش برنامه‌های

بر اساس دیدگاه شعبانی (۱۳۹۲) آموزش برنامه‌های بر اصولی از روان‌شناسی یادگیری استوار است که مهم‌ترین آن‌ها از این قرارند:
۱. یادگیری از قسمت‌های کوچک‌تر شروع می‌شود، زیرا هر قسمت از درس به اجزای کوچک‌تری تقسیم شده است و دانش‌آموز در هر مرحله تنها یک جزء را یاد می‌گیرد. به این ترتیب به دانش‌آموزان درس‌های طولانی داده نمی‌شود و این قسمت‌های کوچک درس، فرصت‌های یادگیری بهتر و مفیدتری برای دانش‌آموزان

فراهم می‌آورد. در این روش اگر دانش‌آموز نسو کند، کسب و مطالعه محدود نماید امکان پذیر و ساده است.

۲. دانش‌آموز باید پاسخ خود به هر سؤال را بلافاصله با پاسخ‌های صحیح، که در قسمت دیگری داده شده است، مقایسه کند. در این روش که پاسخ و دست‌نویس مورد نظر صحیح باشد، تشویق می‌شود و بجز یاد می‌گیرد و اگر پاسخ نادرست باشد، آنرا تصحیح می‌کند. به این ترتیب، هرگز مشکلات بوجود نمی‌آید تا مشکل بزرگ‌تری را بوجود آورد.

۳. دانش‌آموز درس را با روش فعال یاد می‌گیرد. در این روش دانش‌آموز پس از خواندن هر قسمت از درس باید به سؤالات پاسخ دهد. پاسخ او می‌تواند به‌دقتی او را مشخص می‌کند و نیازی نیست که مطالب حفظ شوند.

۴. آموزش از مراحل آسان به مشکل پیش می‌رود. در چند برنامه اول شعرها در دانش‌آموزان خواسته می‌شود که پاسخ‌های ساده بدهد. عبارات دیگر، مطالب آسان و پاسخ‌ها نیز ساده‌اند. پس از مدتی به تدریج قسمت‌های مشکل درس مطرح و پاسخ‌ها نیز دشوار می‌شود.

۵. دانش‌آموز با سرعت معینی - که مخصوص خود اوست - درس را یاد می‌گیرد. برای بعضی از دانش‌آموزان درس ساده و برای برخی مشکل است. در این روش که برنامه تدریس برای دانش‌آموز ساده باشد، به سرعت پیشرفت می‌کند. ولی اگر برایش مشکل باشد، باید وقت بیشتری برای یادگیری صرف کند. از طولی جدول در وقت محدودش ندارد می‌تواند برای هر زمان از شب تا روز به یادگیری مضامین دشوار درس ادامه دهد.

ب) روش نوشتن و تنظیم درس برای آموزش برنامه‌های

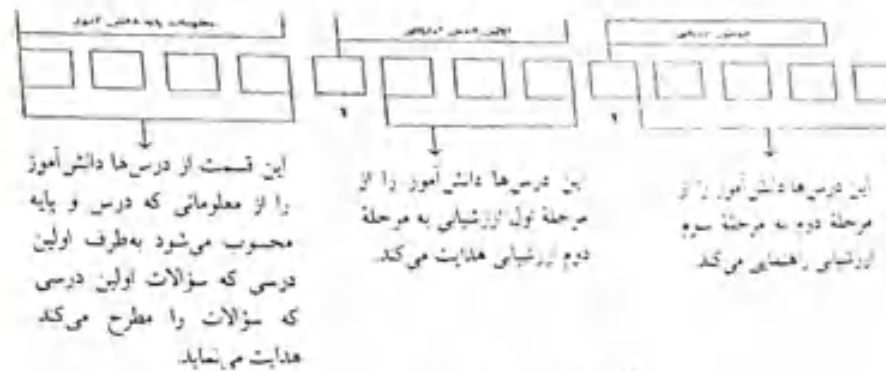
در تنظیم درس باید سه مورد را در نظر داشت: تجزیه و تحلیل، روش برنامه، تجدید نظر که هر یک از این موارد نیز به قسمت‌هایی تقسیم می‌شوند.
تجزیه و تحلیل: در این بخش نویسنده برنامه قسمت‌های مهم درس را مشخص می‌کند. البته مشخص کردن این قسمت از برنامه، با مطالعه نیازهای دانش‌آموز و ویژگی می‌شود. البته مشخص کردن این قسمت از برنامه، با مطالعه نیازهای دانش‌آموز و ویژگی موضوع درس امکان‌پذیر می‌باشد. نخست باید دید که دانش‌آموز به چه جامعه‌ای تعلق دارد، در چه سن و سالی است، نیازهایش چیست، ذممه‌ی مواد برنامه تا چه اندازه مطلع

است. و زمینه ذهنی او با توجه به مطالبی که یاد داده می شود چقدر می باشد. پس از بررسی نیازها و توانایی های دانش آموز نوشت به مواد تعلیمی می رسد که در این مورد باید از کارشناسان استفاده کرد. مواد درسی را باید به قسمت هایی تقسیم کرد تا مفاهیم مورد نظر برای یاد دادن به دانش آموزان. کاملاً روشن شود. وقتی مفاهیم مشخص شد. انتخاب مطالب برای تنظیم برنامه آسان خواهد بود (کارتر و همکاران، ۲۰۱۶).

نوشتن برنامه: معلم قبلاً با در نظر گرفتن اصول نوشتن و تنظیم درس برای آموزش برنامه ای و همچنین سایر مواردی که پیش از این اشاره شد خود را برای تدریس آماده کند و مراقب باشد تا دانش آموز از معلوماتی که دارد استفاده نکند. سپس مطالب جدید را آموزش دهد. البته اگر تعداد سؤالات متنوع و بیشتر باشد مطمئن خواهیم بود که دانش آموز فعالانه در امر یادگیری شرکت می کند.

تجدیدنظر: در این قسمت نویسنده برنامه می تواند نظر کارشناسان را بپرسد و از طرفی پاسخ های صحیح دانش آموزان را در هر یک از درس های برنامه ارزیابی کند و در صورتی که لازم باشد، می تواند در برنامه تجدیدنظر کند. به عبارت دیگر اطلاعات بیشتری به دانش آموزان بدهد. نوع سؤالات و یا تعداد آن ها را تغییر دهد، و در آخر می تواند به طور کلی قسمتی از برنامه را دوبار بنویسد.

مطالب آموزش برنامه ای را چگونه باید نوشت؟ مطابق با عزتخواه (۱۳۹۰)، دو نوع روش تدریس در آموزش برنامه ای وجود دارد. نخست روشی است که مستقیماً به دانش آموز مطالبی را می آموزد. دوم روشی است که در آن آموخته های او ارزیابی می شود. در شکل ۱-۳ هر دو نوع روش نوشتن درس نشان داده شده است:



شکل ۴-۶. روش های نوشتن درس

به طوری که در شکل بالا ملاحظه می کنید اولین سری از درس های برنامه ای، دانش آموز را از سطح معلوماتی که دارد به قسمت ارزشیابی مرحله اول می رساند. سپس به دانش آموز مطالبی آموزش داده می شود و او به مرحله دوم ارزشیابی بر می گردد. در این مراحل آموزش باید دانش آموز را به تدریج به یادگیری وادار کرد که در کسب معلومات و اطلاعات مهارت پیدا کند.

ج) مراحل نوشتن آموزش برنامه ای

در نوشتن برنامه های آموزش برنامه ای باید مراحل مختلفی را در نظر داشت.

۱. مشخص کردن جلسات درس
۲. نوشتن درس هایی همراه با ارزشیابی
۳. مرتب کردن درس های موضوع بند ۲ و در نظر گرفتن میزان معلومات ارائه شده به دانش آموز
۴. تجدیدنظر در ارزشیابی
۵. استفاده از معلومات پایه دانش آموز به منظور آموزش مطالب جدید

خلاصه فصل چهارم

در این فصل، با مهارت های طبقه بندی کردن (تغییر ملاک، درون گنجی و سلسله مراتبی)، ردیف کردن (طول و سطح)، نگهداری ذهنی عددی (مطابقت یک به یک ایجاد، شمارش اعداد، ترتیب اعداد، مفاهیم نصف و مساوی، مفاهیم ابتدایی چهار عمل اصلی)، هندسه (روابط فضایی، تجسم فضایی، روابط توپولوژیک ترتیب، ترسیم اشکال اقلیدسی) و تشخیص شباهت ها و تفاوت ها (تشخیص شباهت ها، تشخیص تفاوت ها، بازشناسی در غیاب الگو) آشنا شدیم. توپولوژیک ترتیب: غرض از توپولوژیک ترتیب این است که اگر تعدادی از اشیا به ترتیب معینی بر روی یک خط قرار بگیرند، شکل خط را می توان تغییر داد (خط راست تبدیل به منحنی و خط شکسته و غیره شود) بدون آنکه ترتیب اشیا تغییر نماید.

در آموزش برنامه ای مواد درسی طوری تنظیم و ارائه می شود که دانش آموز بتواند بر حسب نیاز فردی و متناسب با توانایی و استعداد خود، در یادگیری، پیشرفت کند. آموزش برنامه ای بر اساس دیدگاه شعبانی بر اصولی از روان شناسی یادگیری استوار

است که مهم‌ترین آن‌ها از این فرارند. ۱. یادگیری از قسمت‌های کوچک‌تر شروع می‌شود. ۲. دانش آموز باید پاسخ خود به هر سؤال را بلافاصله با پاسخ‌های صحیح دیگر مقایسه کند. ۳. دانش آموز درس را با روش فعال یاد می‌گیرد. ۴. آموزش از مراحل آسان به مشکل پیش می‌رود. ۵. دانش آموز با سرعت معینی که مخصوص خود اوست درس را یاد می‌گیرد. در روش نوشتن و تنظیم درس برای آموزش برنامه‌ای باید سه مورد را در نظر داشت: تجزیه و تحلیل، نوشتن برنامه، تجدیدنظر که هر یک از این موارد نیز به قسمت‌هایی تقسیم می‌شوند. مراحل نوشتن آموزش برنامه‌ای ۱. مشخص کردن جلسات درس ۲. نوشتن درس‌هایی همراه با ارزشیابی ۳. مرتب کردن درس‌ها ۴. تجدیدنظر در ارزشیابی ۵. استفاده از معلومات پایه دانش آموز.

فصل پنجم

طراحی آموزشی برای تدریس مسئله محور

هدف کلی

آشنایی با مفاهیم و روش طراحی آموزشی برای تدریس مسئله محور

هدف‌های یادگیری

پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:

۱. تدریس مسئله محور از نظر «ووده» را بیان کنید.
۲. روش حل مسئله جان دیویی را شرح دهید.
۳. انواع روش‌های حل مسئله در مدارس ابتدایی را بیان نمایید.
۴. روش رسم کردن طرح یا نقشه را تدریس کنید.
۵. روش الگو پیدا کردن را نشان دهید.
۶. روش تنظیم جدول اطلاعات را مورد بحث قرار دهید.

مقدمه

یکی از مشکلات همراه با روش‌های آموزش سنتی، که مدرس محور بوده و در آن به فراگیرندگان فرصت تفکر (به عنوان امر ضروری در یادگیری) داده نمی‌شود، عدم توانمندی فراگیرندگان در کاربرد اطلاعات علمی در شرایط واقعی و انجام وظایف حرفه‌ای است.

خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل چهارم

با پاسخ دادن به نمونه‌هایی از پرسش‌های امتحانی خود را بیازمایید.

۱. بهترین فرصت و زمان برای آموزش مفاهیم و مهارت‌های پایه ریاضی کدام گزینه می‌باشد؟

- الف) دوران خردسالی
ب) دوران جوانی
ج) دوران کودکی
د) دوران نوجوانی

۲. کودک بین چه سنی، در مرحلهٔ توپولوژیک قرار می‌گیرد؟

- الف) ۶ تا ۷ سالگی
ب) ۳ و نیم تا ۷ سالگی
ج) ۲ و نیم تا ۷ سالگی
د) ۶ تا ۷ سالگی

۳. بدترین، بی‌نتیجه‌ترین و مضرترین طریقهٔ آموزش در کلاس کدام گزینه می‌باشد؟

- الف) شفاهی
ب) مجسم
ج) مجرد
د) نیمه مجسم

۴. در کدام گزینه نویسندهٔ برنامه قسمت‌های مهم درس را مشخص می‌کند؟

- الف) ارائهٔ درس
ب) تجزیه و تحلیل
ج) مرحلهٔ کنترل
د) تجدیدنظر

۵. روش آموزش برنامه‌ای در چه سالی و به وسیلهٔ چه کسی معرفی شد؟

- الف) والکوت ۱۹۵۲
ب) اسکپتر ۱۹۵۲
ج) والکوت ۱۹۲۵
د) اسکپتر ۱۹۲۵

فراگیرندگان اغلب مطالبی را که با شیوه‌های سنتی یاد می‌گیرند، پس از مدتی به فراموشی می‌سپارند. با عنایت به تقسیم‌بندی یادگیری به انواع کلامی، حرکتی، مشاهده‌ای، احتیاجی، تصادفی و لهنه و نیز وجود پیچیدگی و اختلاف میان آن‌ها، متخصصین علوم تعلیم و تربیت، نوع دیگری از یادگیری تحت عنوان یادگیری مبتنی بر طرح مسئله را مطرح ساختند. در این روش که دانشجو محور بوده و فراگیران با استفاده از شیوه مباحثه، فعالانه در فعالیت‌های آموزشی شرکت می‌کنند، از طرح مسائل و نظرات و نیز ذکر تجربیات زندگی واقعی به عنوان محرک برای تسهیل، بهبود و تعالی فرایند یادگیری، که خود فراگیرندگان با مشارکت فعالانه مسئولیت آنرا به عهده می‌گیرند استفاده می‌شود. فرایند یادگیری مسئله محور متمرکز بر حل مسئله به یک روش خاص نمی‌باشد و موجب رشد مهارت‌ها و ویژگی‌های مطلوب در افراد می‌شود که مشتمل بر یادگیری دانش، افزایش مشارکت گروهی و ارتباط می‌باشد.

یادگیری مسئله محور یک رویکرد فعال به یادگیری است که فراگیرندگان در فهم و حل مسائل پیچیده و بد ساختار باهم مشارکت می‌کنند. فراگیرندگان به دلیل طبیعت پیچیده و بد ساختار مسائل نیاز به اشتراک دانش جاری خود، گفتگو و بحث در مورد عقاید پیشنهادی، تحقیق در خصوص اطلاعات و ساخت مباحثات اصولی برای تأیید راه‌حل‌های پیشنهادی خود دارند. یادگیری مسئله محور، توانایی دانشجویان را در انتقال دانش به مسائل جدید و دستپاسی به ادراکی منجمدتر افزایش می‌دهد. کیفیت مسئله، بایه موفقیت یک طرح یادگیری است. مسئله باید چالش برانگیز باشد تا درگیری پیش بیاید و انگیزه برای حل آن مسئله به وجود آید. در طراحی مسئله باید تصویر درستی از دانشی که دانشجو مسئله را ببیند و حل کند ایجاد شود. این یادگیری یک فرایند اجتماعی برای حل مسائل دنیای واقعی است.

«بود» یادگیری مسئله محور را به عنوان یک فرایندی که با استفاده از موضوعات خاص در یک برنامه موجب ارتقای دانش و فهم می‌شود، تعریف می‌کنند. در این روش دانشجویان بیشتر به سمت «تفکر» هدایت شده و از حفظ کردن مطالب می‌پرهیزند. همچنین به نظر می‌رسد به علت ایجاد یک فضای متنوع، میزان رضایت از نحوه تدریس بیشتر از روش تدریس سنتی می‌باشد.

- اهداف را مرور می‌کنند.
- به نقش خود پی می‌برند.
- روش‌های خاص و مهم را به کمک همدیگر شفاف‌سازی می‌کنند.
- نگرانی‌های خود را در مورد سؤال و راه‌حل آن مطرح می‌کنند.
- با منابع علمی و اطلاعاتی جدید آشنا می‌شوند.
- راهبردهای جدید را تمرین می‌کنند.
- با اشتیاق همکاری می‌کنند.

این روش برای اولین بار در مرکز علوم سلامت دانشگاه مک مستر در سال‌های ۱۹۶۰ اجرا شد. دانشجویان پزشکی چگونگی استفاده از علوم پایه در مراقبت‌های بالینی را فراموش کرده بودند. بدین ترتیب یادگیری مسئله محور در طب آغاز شد. پس از آموزش عالی، در برنامه‌های درسی حوزه سلامت و برنامه‌های حرفه‌ای همچون مهندسی، معماری، علوم تربیتی و در نهایت در مدارس به شکوفایی رسید. در اواخر دهه ۱۹۹۰ به منطقه اقیانوس آرام به ویژه در استرالیا و چین گسترش یافت و در برنامه‌های پزشکی به کار برده شد. در عصر حاضر شاهد تغییرات سریعی در تعلیم و تربیت هستیم که تحت عنوان حرکت از دانش منظم و راکد به دانشی که تحت عنوان یک ابزار برای تفکر و عمل تصور می‌شود توصیف می‌شود. تغییر از یک مدل فردی یادگیرنده به گروه‌ها و جوامع یادگیری و از یک آموزش پویا به یک یادگیری پویا می‌باشد.

روش معمول در حل مسئله روشی است که بنا به پیشنهاد جان دیویی مریس آمریکایی به طور خلاصه در پنج مرحله شناخت مسئله، جمع‌آوری اطلاعات، فرضیه‌سازی، تجربه و آزمایش فرضیه و اخذ نتیجه و تعمیم آن به دانش‌آموزان یاد داده می‌شود و در این زمینه الگوهای نیز به وجود آمده است. با توجه به اینکه حل مسئله، روشی مناسب برای تدریس ریاضی است اینک نظر جرج پولیا (۲۰۰۹) به نقل از شوکابلو، (۲۰۱۶) را در این مورد ارائه می‌کنیم. جرج پولیا برای حل مسئله چهار مرحله پیشنهاد می‌کند درک و فهم مسئله، اندیشیدن و تدبیر یک طرح و نقشه برای حل مسئله، به انجام رساندن طرح، برگشت به عقب و آزمایش راه‌حل به دست آمد.

این مدل یکی از الگوهای اساسی برای کاربرد در مدارس ابتدایی است. به‌طور خلاصه می‌توان گفت: بین، طراحی کن، انجام بده و ارزیابی کن. باید توجه داشت که به‌نظر پولیا مراحل چهارگانه از هم جدا نیست و عملیات کاملاً بهم پیوسته می‌باشند. وقتی دانش‌آموز مسئله را فهمیده بلافاصله برنامه‌ریزی شروع می‌شود. برای حل مسئله راهبردهای متعددی می‌توان به‌کار گرفت. این راهبردها عمومیت ندارد و ممکن است خیلی از آنها تنها یک‌بار مورد نیاز باشد و در حل مسئله از آن استفاده شود.

۱-۵ انواع روش‌های حل مسئله در مدارس ابتدایی

به‌منظور آشنایی دانش‌جویان و معلمان با راهبردهای حل مسئله، تعدادی از آن‌ها را که در حل مسائل ریاضی برای دانش‌آموزان مقطع ابتدایی قابل استفاده‌اند ارائه می‌دهیم:

الف) مسئله را به‌صورت عملی بررسی کردن

این روش به دانش‌آموزان کمک خواهد کرد تا عوامل مسئله را به‌صورت عینی تجربه کنند. آن‌ها عملیات مسئله را عملاً بررسی می‌کنند و این عمل و دستکاری معلومات مسئله روابط بین معلومات داده‌شده را برای آنان روشن می‌سازد. در این روش تدریس باید به کودکان فهماند که، ممکن است به‌جای اشیای واقعی از اشیای قراردادی استفاده شود. مثلاً به‌جای پول واقعی از پول کاغذی که خودشان خواهند ساخت استفاده می‌شود و با به‌جای افراد از برگ‌های کوچک کاغذ - که نام هر فرد بر روی آن نوشته شده است - استفاده خواهند کرد. در سال‌های اول در مدارس ابتدایی، بیشتر می‌توان از این روش بهره جست (برکون^۱ و همکاران، ۲۰۱۴).

ب) روش رسم کردن طرح یا نقشه

وقتی آدرس خانه یا مکانی را به دوستی می‌دهید، معمولاً روی کاغذ شکل حیابانها و کوچه‌ها را با خطوطی نشان می‌دهید و محل فرارگرفتن خانه یا آن مکان را با یک مربع کوچک یا ضربدر مشخص می‌کنید. یا زمانی که می‌خواهید جای وسایلی اتاق کار خود را تغییر دهید، روی یک برگه کاغذ شکل وسایلی را با نشانه‌هایی می‌کشید، بررسی می‌کنید و سپس تغییر می‌دهید. یعنی در این روش ابتدا با رسم کردن طرح و یا نقشه کلیه معلومات بست به هم مشخص و ارتباط آن‌ها بررسی می‌شود (برکون و همکاران، ۲۰۱۰).

مسئله: اتوبوس شهری دارای ۱۰ ردیف صندلی است و در هر ردیف ۴ صندلی وجود دارد. این اتوبوس چند عدد صندلی دارد؟

ج) روش الگو پیدا کردن

گاهی که کودکان به‌طور غیرارادی به یک سلسله‌اعداد با اشکال نگاه می‌کنند. آن‌ها الگویی را در سلسله‌اعداد یا اشکال شناسایی می‌کنند و به‌دست می‌آورند. در شکل قبل نقاطی را می‌بینید که از بهم‌پیوستن هر سه نقطه یک مثلث به‌دست می‌آید. مثلث اولی تنها سه نقطه دارد، مثلث دومی در هر طرف ۳ نقطه و جمعاً ۶ نقطه دارد، مثلث سومی در هر طرف ۴ نقطه و جمعاً ۱۰ نقطه دارد. آیا می‌توان محاسبه کرد که مثلث دهم که در هر طرف باید ۱۰ نقطه داشته باشد جمعاً از چند نقطه تشکیل شده است؟

د) روش تنظیم جدول اطلاعات

سازمان‌دهی اطلاعات فرصتی برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا آن‌ها بتوانند الگوهایی را کشف کنند و اطلاعات مورد نیاز را پیدا کنند. این امر از اطلاع‌رسانی دوساره و تکرار راه‌های می‌مورد در دستیابی به اطلاعات - که اغلب دانش‌آموزان به‌هنگام یافتن پاسخ سزالات مسائل ریاضی به آن‌ها دچار می‌شوند - جلوگیری می‌کند (عزتخواه، ۱۳۹۰).

ه) روش سیستماتیک محاسبه امکانات

این راهبرد معمولاً زمانی به‌کار می‌رود که ما بخواهیم با داده‌های موجود در مسئله جدولی درست کنیم یا احتمالاً الگوی خاصی درباره داده‌ها یا یکدیگر به‌دست آوریم. در این قبیل مواقع ممکن است امکانات متعددی وجود داشته باشد. به‌منظور دستیابی به راه حل می‌توان کلیه امکانات را سازمان‌دهی و طبقه‌بندی کرد و سپس برخی از آن‌ها را کنار گذاشت، زیرا درواقع نیازی نیست که همه امکانات را ارزیابی کنیم و بهتر است محاسبات خود را روی گروهی از امکانات متمرکز نماییم. راهبرد مذکور را می‌توان در مسائل زیر به‌کار برد (گورژینسکی - وایس، ۲۰۱۵).

۱. با چند روش می‌توان از جمع ۸ عدد فرد عدد ۲۰ را به‌دست آورد؟
۲. از دوستان بخواهید بین اعداد ۱ تا ۱۰ عددی درنظر بگیرید. سپس با ۵ سؤال که پاسخ آن آری یا خیر می‌تواند باشد عدد موردنظر را پیدا کنید.
۳. کودشبایی در کبسه‌های ۳ کیلویی به قیمت ۲۷۹۰ ریال و ۵ کیلویی به قیمت ۳۹۸۰ ریال بسته‌بندی شده است. اگر ۱۷ کیلو کود لازم داشته باشید و بخواهید با قیمت ارزانتری بخرید چگونه از بسته‌بندی‌های ۳ و ۵ کیلویی انتخاب می‌کنید.

۱) روش تغییر عقیده در حل مسئله ریاضی

گاهی دانش‌آموز به علت ناموفق بودن روشی که به کار برده است در روش خود تجدیدنظر می‌کند زیرا به نظر او در فرضیه‌سازی قبلی سه سوابدگی از ارتباطات میان معلومات مسئله توجه نشده است. البته در اغلب مواقع دلیل این امر پاره‌ای از مشکلات منطقی است. در این مواقع مسئله باید دوباره تعریف و معلومات مربوط به آن واضح و آشکار نوشته شود و ارتباط میان آن‌ها در حالتی کاملاً مغایر با حالت اول بررسی شوند. به هر حال وقتی راه‌حلی قبلی مسئله منحرف به پاسخ نبود دانش‌آموز لازم می‌بیند با دیدگاه متفاوتی معلومات مسئله را تجزیه و تحلیل کند.

به هر صورت، کودکان در مدارس ابتدایی در حل مسائل ریاضی اغلب با مشکلاتی روبه‌رو می‌شوند. برای بی‌ردن به این مشکلات و یافتن علل بروز آن که در اثر ناآشنایی یا پاره‌ای از معایب، قوانین، فرمول‌ها و اصطلاحات ریاضی است.

خلاصه فصل پنجم

در این فصل با تدریس مسئله‌محور که یکی رویکرد فعال به یادگیری است و در آن فراگیرندگان در فهم و حل مسائل پیچیده و بد ساختار باهم مشارکت می‌کنند آشنا شدیم. «وود» یادگیری مسئله‌محور را به عنوان یک فرایندی که با استفاده از موضوعات خاص در یک برنامه موجب ارتقای دانش و فهم می‌شود، تعریف می‌کند. روش معمول در حل مسئله روشی است که بنا به پیشنهاد جان دیویی مربی آمریکایی به طور خلاصه در پنج مرحله ساخت مسئله، جمع‌آوری اطلاعات، فرضیه‌سازی، تجربه و آزمایش فرضیه و اخذ نتیجه و تعمیم آن به دانش‌آموزان یاد داده می‌شود. در این فصل انواع روش‌های حل مسئله در مدارس ابتدایی به منظور آشنایی دانش‌جویان و معلمان با راهبردهای حل مسئله و تعدادی از آن‌ها که در حل مسائل ریاضی برای دانش‌آموزان مقطع ابتدایی قابل استفاده‌اند ارائه دادیم که به صورت خلاصه عبارت‌اند از: مسئله را به صورت عملی بررسی کردن. این روش به دانش‌آموزان کمک خواهد کرد تا عوامل مسئله را به صورت عینی تجربه کنند. آن‌ها عملیات مسئله را عملاً بررسی کنند. روش سنجش طرح یا نقشه که در آن ابتدا با رسم کردن طرح و با نقشه کلیه معلومات مسئله مشخص و ارتباط آن‌ها را بررسی می‌کنند. روش الگو پیدا کردن که گاهی

کودکان به‌طور غیرارادی به یک سلسله‌اعداد یا اشکال نگاه می‌کنند. در روش تنظیم جدول اطلاعات سازمان‌دهی اطلاعات فرصتی برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا آن‌ها بتوانند الگوهای را کشف کنند. روش سیستماتیک محاسبه امکانات با داده‌های موجود در مسئله جدولی درست و احیاناً الگوی خاصی درباره داده‌ها با یکدیگر بدست آورده می‌شود. بحث انتهای این فصل بود.

خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل پنجم

با پاسخ دادن به نمونه‌هایی از پرسش‌های امتحانی خود را بیازمایید.

۱. «وود» یادگیری مسئله‌محور را به عنوان یک فرایند در کدام گزینه تعریف می‌کند؟

(الف) دوران خریداری (ب) حفظ کردن مطالب

(ج) روش حل مسئله (د) «تفکر» هدایت‌شده

۲. حرج بولیا برای حل مسئله چند مرحله پیشنهاد می‌کند؟

(الف) سه (ب) چهار

(ج) پنج (د) شش

۳. در کدام روش تدریس باید به کودکان فهماند که، ممکن است به جای آشنایی واقعی از آشنایی قراردادی استفاده شود؟

(الف) روش عملی (ب) روش رسم کردن طرح یا نقشه

(ج) روش الگو (د) روش تنظیم جدول اطلاعات

۴. در کدام روش فرصتی برای دانش‌آموزان فراهم می‌شود تا آن‌ها بتوانند الگوهای را کشف کنند؟

(الف) روش عملی (ب) روش رسم کردن طرح یا نقشه

(ج) روش الگو (د) روش تنظیم جدول اطلاعات

۵. در کدام روش کلیه معلومات نسبت به هم مشخص و ارتباط آن‌ها بررسی می‌شود؟

(الف) روش عملی (ب) روش رسم کردن طرح یا نقشه

(ج) روش الگو (د) روش تنظیم جدول اطلاعات

فصل ششم

شیوه‌های ارزشیابی به‌عنوان ابزاری برای یادگیری ریاضی

هدف کلی

آشنایی با شیوه‌های ارزشیابی به‌عنوان ابزاری برای یادگیری ریاضی

هدف‌های یادگیری

پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:

۱. هدف از ارزشیابی یادگیری ریاضی را بیان کنید.
۲. سه پرسش که باعث خود ارزیابی دانش‌آموزان از خود می‌شود را شرح دهید.
۳. بازخورد مؤثر معلم در ارزشیابی را بیان نمایید.
۴. هدف نهایی دانش‌آموزان از فرایند یادگیری را بیان کنید.
۵. می‌خواهم به کجا برسم در ارزشیابی را شرح دهید.
۶. چگونه فاصله ام را کاهش دهم در ارزشیابی را مورد بحث قرار دهید.

مقدمه

ارزشیابی از کلاس به‌نحوی که دانش‌آموزان نیز در آن دخالت داشته باشند و افزایش یادگیری یکی از هدف‌های آن باشد، به‌جای آنکه فقط ارزشیابی دانش‌آموزان باشد، می‌تواند شور و شوق یادگیری را در آنان تقویت کند. دانش‌آموزان در این نوع ارزشیابی

یاد می‌گیرد. از اطلاعات ارزشیابی برای مدیریت فرایند یادگیری خود استفاده کنند. با به‌کارستن آنچه که از آن با عنوان ارزشیابی برای یادگیری یاد می‌گیریم، آموزگاران یافته‌های پژوهش روشی را دنبال می‌کنند که حاکی از تاثیر ارزشمند آن سر میزبان پیشرفت یادگیری دانش‌آموزان است.

ارزشیابی از کلاس درس را به‌عنوان بخش سالی از یاددهی کارآمد و یادگیری موفقیت‌آمیز در نظر بگیرید. در زمانی که ارزشیابی‌های بی‌روسی فراگیر، مورد توجه و پشتیبانی سیاست‌گذاران آموزشی است، آموزگاران زیادی دریافته‌اند که چگونه با استفاده از ارزشیابی‌های روزانه کلاسی، می‌توان در دانش‌آموزان شور و شوق آموختن ایجاد کرد و آنان را برای هدف‌هایی فراتر از ارزشیابی آماده ساخت. در حقیقت، به جای آنکه ارزشیابی را علت موفقیت بدانیم، شاخص موفقیت مدرسه را در نظر می‌گیریم. متأسفانه، آنچه که در روش‌های سنتی ارزشیابی لحاظ نمی‌شود، استفاده از آن به‌عنوان ابزاری در جهت پیشرفت موفقیت‌های تحصیلی بیشتر دانش‌آموزان است.

روش مرسوم این است که آموزگار پس از تدریس مطلب، امتحان می‌گیرد و آموزگار و کلاس بدون توجه به دانش‌آموزان ناموفق، یعنی کسانی که در مدت‌زمان معین و سلسله‌مراحل طی شده، مطلب را نیاموخته‌اند، پیش می‌روند و ضعیف‌ها را در رتبه‌های پایین جا می‌گذارند. در واقع، پایه این گونه ارزشیابی بر عقیده منسوخ‌اند برای اینکه دانش‌آموزان بهتر یاد بگیرند. باید نگرانی آنان را افزایش دهیم و اینکار باید با مقابله کردن آنان با مشکلاتی‌های موفقشان با هدف ایجاد انگیزه برای عملکرد بهتر انجام شود.

بر خلاف این برداشت، ارزشیابی برای یادگیری طی فرایند یاددهی و یادگیری انجام می‌شود، نه پس از آن و تأکید اصلی بر پیشرفت مداوم یادگیری در حوضه دانش‌آموزان است. در واقع، آموزگاری که از روش ارزشیابی روزانه فعالیت‌های کلاسی استفاده می‌کند تا دانش‌آموزان را به‌طور مستقیم و عمیق در فرایند یادگیری فردی خود شرکت دهند، سبب افزایش اعتماد به نفس آنان و ایجاد انگیزه برای یادگیری بیشتر می‌شوند. زیرا تأکید اصلی این روش بر جای‌تقاضای احساس شکست، بر موفقیت و پیشرفت دانش‌آموزان است. در این الگوی آموزشی، ارزشیابی دانش‌آموزان، به جای آنکه فقط برای سنجش و سرزدادن به دانش‌آموزان طراحی شده باشد، نوعی ابزار

آموزش برای ارتقای یادگیری است. به‌علاوه، وقتی دانش‌آموزان در ارزشیابی شرکت داده می‌شوند، به ارزشیابی بیشتر به‌این صورت نگاه می‌کنند که معلم می‌خواهد به آنان چیزی یاد بدهد نه اینکه از آنان امتحان بگیرد.

۱-۶ شرکت‌دادن دانش‌آموزان در ارزشیابی

تحقیقات نشان می‌دهند که اگر در فرایند ارزشیابی کلاس، یادخورد دقیق و توسیعی به دانش‌آموزان برسد و آنان در برنامه ارزشیابی شرکت داشته باشند، یادگیری دانش‌آموزان بهبود می‌یابد. در واقع، این روش چیزی بیش از روش مرسوم ارزشیابی دانش‌آموزان است و علاوه بر آن به آموزگار کمک می‌کند تا در صورت لزوم در نحوه آموزش خود تجدیدنظر کند. بنابراین آموزگار و دانش‌آموز از نتایج ارزشیابی برای اصلاح فعالیت تدریس و فعالیت‌های یادگیری کمک می‌گیرند. آموزگاران زمانی از اطلاعات حاصل از ارزشیابی بیشتر بهره می‌برند که:

- پیش از تدریس یک واحد درسی و تنظیم برنامه آموزشی برای تک‌تک افراد یا کل گروه، پیش‌آزمون به‌عمل می‌آورند.
 - بررسی می‌کنند کدام دانش‌آموزان به تعریف بیشتری نیاز دارند.
 - دستورالعمل‌ها را برپایه نتایج به‌دست‌آمده مورد تجدیدنظر مداوم قرار می‌دهند.
 - روی کارآمدی مهارت‌های تدریس خود تأمل می‌کنند.
 - با در نظر گرفتن توانایی‌ها و زمینه‌هایی که به پیشرفت نیاز دارند، با دانش‌آموزان مشورت می‌کنند.
 - یا هم‌گروه کردن دانش‌آموزانی که کمتر درک می‌کنند یا آن‌ها که درک بهتری نشان می‌دهند، تسهیلاتی مشابه آموزگار خصوصی فراهم می‌آورند.
- اکنون که دریافته‌ایم دانش‌آموزان در ارزشیابی مبنی بر دانش‌آموز به‌خلاف ارزشیابی سنتی، شرکت‌کنندگان غیرفعال نیستند و از اطلاعات حاصل از ارزشیابی برای بهبود یادگیری خود استفاده می‌کنند، باید بپرسیم که چگونه می‌توانیم از ارزشیابی برای ایجاد مسئولیت در دانش‌آموزان و پیشرفت یادگیری آنان استفاده کنیم؟
- دخالت‌دادن دانش‌آموزان در ارزشیابی به این معنا نیست که تصمیم‌گیری درباره آنچه که باید فرا گرفته شود یا مورد امتحان قرار گیرد، برعهده دانش‌آموزان است و با

آنکه خودشان نمره‌هایشان را تعیین می‌کنند. بلکه به این معناست که از این راه دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که چگونه از نتایج به دست آمده از ارزشیابی برای مدیریت یادگیری خود استفاده کنند. به نحوی که بدانند چگونه بهتر یاد می‌گیرند و برای رسیدن به مراحل بعدی برنامه‌ریزی کنند.

زمانی می‌توانیم ادعا کنیم که دانش‌آموزان در فرایند ارزشیابی برای یادگیری شرکت داده شده‌اند که بتواند از اطلاعات به دست آمده در ضمن آن، برای رسیدن به اهداف آموزشی و گرفتن تصمیم درست در جهت فرایند یادگیری (بسته به میزان پیشرفت پیشین) بهره‌گیرند. به این معنا که بدانند کار با کیفیت چگونه کاری است. به ارزشیابی خود بپردازند، به وضعیت کنونی خود آگاه شوند و در جهت رسیدن به هدف‌های آموزشی مشخص برنامه‌ریزی کنند. دانش‌آموزانی که در ارزشیابی خود دخالت دارند، ممکن است:

- ویژگی‌های کار خوب را مشخص کنند. دانش‌آموزان به نمونه کارهای موفق دانش‌آموز ناشناسی نگاه می‌کنند که معلم در اختیارشان گذاشته است و خصوصیتی را که باعث شده است معلم آن‌ها را به عنوان کار قوی مطرح کند، یادداشت می‌کنند. با زبان کیفیت آشنا می‌شوند و مفهوم حقیقی عملکرد قوی را درمی‌یابند.
- نمونه کارهای واقعی را با توجه به راهنمای نمره‌دهی ارزشیابی کنند. دانش‌آموزان می‌توانند ارزشیابی خود را با در نظر گرفتن یکی از معیارهایی که در راهنما آمده است آغاز کنند و با توانا تر شدن در درک سایر معیارها، آن‌ها را نیز دخالت دهند. همین‌طور که دانش‌آموزان به تعیین ویژگی‌های کار با کیفیت و نمره‌دادن به کارهای واقعی مشغول می‌شوند، عملکرد خود را بهتر ارزشیابی می‌کنند. آنان یا درک زبان راهنمای نمره‌دهی می‌توانند نقاط قوت خود را بشناسند و برای بهبود کارهای خود برنامه‌ریزی کنند.
- نمونه کارهای می‌ناموشان را اصلاح کنند. دانش‌آموزان با از ارزشیابی فراتر می‌گذارند و با در نظر گرفتن برخی معیارها، کیفیت آن‌ها را بهبود می‌بخشند. آنان متوجه به اصلاح نمونه‌ها بپردازند با ناموشن نامه برای صاحب نمونه کار. پیشنهادهایی را جهت بهبود کار به او می‌کنند. این فعالیت به دانش‌آموزان تشویق می‌کند تا بیشتر از اصلاح کار خودشان چه کارهایی را باید انجام دهند.

آزمون‌های تمرینی را بر پایه میزان درکشان از هدف‌های آموزشی و مفاهیم اساسی موضوع درس طرح کنند. دانش‌آموزان می‌توانند اینکار را در گروه‌هایی دو نفری انجام دهند و با هم پیرامون آن چه باید در آزمون‌ها گنجانده شود، گفت‌وگو کنند و پاسخنامه آزمون را تهیه کنند.

با دانش‌آموزان دیگر پیرامون پیشرفتشان صحبت کنند و تعیین کنند چه زمانی به موفقیت نزدیک می‌شوند. وقتی دانش‌آموزان کیفیت کار خود را شرح می‌دهند، دردی عمیق‌تری از خودشان و موضوعی که برای یادگرفتن آن کوشش کرده‌اند، پیدا می‌کنند. دانش‌آموزان می‌توانند به عوامل مؤثر در در پیشرفتشان اشاره کنند و از این راه دیگران را نیز در موفقیتشان مهیم سازند.

۲-۶ بازخوردهای مؤثر آموزگار

بنا بر این بیشتر مطالعه کنی، دست‌خط خیلی خوبی داری. آفرین! آموزگاران معمولاً از این جملات به عنوان واکنش در جهت تشویق یا عدم تأیید عملکرد دانش‌آموزان استفاده می‌کنند. اما با وجودی که این بازخوردها از سال‌های دور استفاده می‌شوند، در پیشرفت یادگیری دانش‌آموزان ارزش محدودی دارند و چه‌بسا باعث دل‌سردی در دانش‌آموزان متناقض یادگیری شوند. همین‌طور نمرات (اعداد و نشانه‌های رمزی نظیر B، ۷۱ درصد، ۲/۱۰، خوب، قابل قبول یا F)، حتی کمتر از جملاتی که ذکر شد، میزان یادگیری دانش‌آموزان را تعیین می‌کنند و آنان را از آنچه که برای پیشرفتشان ضروری است، آگاه می‌سازند. برعکس، گفته‌های آموزگار که تأکید اصلی آن بر کار دانش‌آموز باشد و نه نحوه شخصیتی او می‌تواند سبب ایجاد انگیزه و اشتیاق به یادگیری در او شود.

زمانی که هدف ما افزایش انگیزه دانش‌آموز و یادگیری بیشتر او است، بازخوردهای سازنده، دانش‌آموز را به آنچه که درست انجام داده است، راهنمایی می‌کند و با اشاره دقیق به نقاط قوت او، به او کمک می‌کند که این جنبه‌های مثبت را حتی بیشتر تقویت کند. در مورد برخی دانش‌آموزان، نوشتن این بازخورد و داشتن زمان کافی برای واکنش دادن، کافی است. برای دیگران، ممکن است گفت‌وگوی رودررو و توضیح نقاط قوت ضروری باشد.

در حقیقت بازخورد مؤثر آموزگار به زبانی قابل فهم برای دانش آموز، به او می آموزد که چرا پاسخی صحیح یا نادرست است. علاوه بر این، دانش آموز با مقایسه کار خود با نمونه های ارائه شده از سوی آموزگار یا نمونه های نصب شده روی تخته اعلانات، می تواند کار خود را ارزیابی و بازخورد کار خود را تهیه کند.

بازخوردهای توصیفی آموزگار باید به صورتی واضح و مفید، دانش آموز را در جهت پیشرفت راهنمایی کند. این بازخوردهای توصیفی به جای آنکه مانند شیوه سنتی ارزشیابی فقط خطاهای دانش آموز را نشان بدهند، سبب راهنمایی دانش آموزان در جهت عملکرد صحیح تر برای یادگیری می شوند. توجه داشته باشید که در یک بازخورد توصیفی صحیح، در هر زمان روی بهبود بخشیدن یک زمینه تأکید می شود.

در نهایت باید گفت معلم در این شیوه ارزشیابی با گفتن این واقعبینانه به دانش آموز که چقدر به اهداف تعیین شده نزدیک شده است و معلم از او می خواهد که در نهایت به چه جایگاهی برسد، تصور بزرگتری را پیش روی او می کشاید. به علاوه، معلم با مطرح کردن پیشنهاد های متنوعی برای کاستن فاصله بین آنچه که هستند و آنچه که باید باشند، به آنان کمک می کند تا خلافت خود را در جهت ابداع راهکارهای فردی برای پیشرفت به کار گیرند.

۴-۶ مهارت خودارزشیابی

هدف نهایی ما این است که دانش آموزان هدایت و مسولیت فرایند یادگیری را برعهده گیرند. با وجود این، در اغلب موارد چگونگی رسیدن به این هدف مشخص نیست. ارزشیابی برای یادگیری به دانش آموزان کمک می کند که با پیشرفت در فراگیری مهارت خود ارزشیابی، فرایند یادگیری خود را تحت نظارت خود بگیرند. اصول ارزشیابی برای یادگیری به هم مربوط اند. درست همانطور که دخالت دادن دانش آموزان در فرایند ارزشیابی باعث می شود ارزشیابی بیشتر نوعی آموزش شیوه شود. آنان باید یاد بگیرند که با استفاده از بازخورد توصیفی معلم به بهترین نحو ممکن خود را ارزشیابی کنند. در اینجا طرزی پیشنهاد می شود که دانش آموزان براساس سه پرسش از خود در جهت خود ارزشیابی گام برمی دارند. این پرسش ها عبارتند از:

۱. من خواهم به کجا بروم؟

دانش آموزان برای پاسخگویی به این پرسش باید اهداف آموزشی را به خود روشن بشناسند. چنانچه دانش آموزان بدانند که برای رسیدن به چه هدفی باید تلاش کنند، آسان تر یاد می گیرند. آموزگاران موظفند که نه تنها در آغاز هر بخش از درس، بلکه در تمامی مراحل مختلف آن با ارائه توضیحات واضح و معلوم در امر درک هدف یادگیری به دانش آموزان کمک کنند. آموزگاران زمانی به این هدف دست پیدا می کنند که:

- جملاتی مانند «ما می خواهیم یاد بگیریم که ...» را برای بیان کردن اهداف آموزشی به کار گیرند.
 - دانش آموزان بخواهند اهداف آموزشی را با صدای بلند بخوانند و اگر پرسشی درباره آنها دارند مطرح کنند.
 - آنچه را که دانش آموزان باید انجام دهند از آنچه که باید یاد بگیرند مجزا سازند. در غیر این صورت، دستورالعمل ها ممکن است بر آموزش هدفناظر سایه افکند.
 - دانش آموزان را آگاه سازند که چرا به یادگیری یک مفهوم یا مهارت نیاز دارند. گام بعدی چیست و چگونه با آموزه های پیشین و آینده مرتبط می شود.
 - اهداف آموزشی را در کلاس درس پیاده کنند.
 - نمونه کارهای برجسته و نیز کارهای با کیفیت پایین را به دانش آموزان نشان دهند تا آنان تفاوت ها را ببینند.
 - از دانش آموزان بخواهند اهداف آموزشی را تکرار کنند یا به زبان ساده بگویند که یک هدف آموزشی از آنان چه می خواهد.
۲. در حال حاضر کجا هستم؟
- دانش آموزان می توانند نمونه کارهای خود را با نمونه کارهای بهتر و برجسته تر، مقایسه و سعی کنند تفاوت ها را تشخیص دهند. همچنین می توانند از بازخوردهای سازنده معلم برای جمع آوری شواهدی از آنچه که می دانند و آنچه که برای رسیدن به اهداف تعیین شده می توانند انجام دهند، استفاده کنند. آنان می توانند از آن دسته از پرسش های آموزگار بهره گیرند که برای ولدانشتن دانش آموزان به انعکاس آنچه که در راستای اهداف آموزشی آموخته اند، مطرح می شوند.

۳. چگونه فاصله ام را کاهش دهم؟

ارزشیابی برای یادگیری به دانش آموزان کمک می کند که برای حرکت از موقعیت فعلی به سمت رسیدن به هدف نهایی چه کنند. دانش آموزان باید بدانند که برای رسیدن به اهداف مورد نظر، شرکت فعالانه در هدف آفرینی، تجزیه و تحلیل داده های حاصل از ارزشیابی و اندیشیدن به طرحی برای دستیابی به اهداف بعدی ضروری است.

دانش آموزان باید راهکارهایی مثل پرسش و پاسخ را برای از بین بردن فاصله موجود تا هدف نهایی بیاموزند. مثلاً از خود پرسند چه کنم که کیفیت کارم بالاتر رود؟ برای ایجاد این تغییر به چه نوع کمک خاصی نیازمندم؟ از چه کسی می توانم کمک بگیرم؟ به چه منابعی احتیاج دارم؟

همه دانش آموزان خوب یاد می گیرند.

یادگرفتن خودارزشیابی و خودگردن به مهارت های آن در حیطه توانایی همه دانش آموزان است. دانش آموزان با ارزشیابی منظم خود، مسئولیت بیشتری در قبال یادگیری شان برعهده می گیرند. درحقیقت استفاده صحیح از روش ارزشیابی برای یادگیری، از جمله ابزارهای آموزش آموزگاران با تجربه جهت ایجاد اعتماد به نفس در فراگیران است. این روش، موقعیتی را فراهم می آورد تا دانش آموزان فرایند یادگیری خود را زیر نظر بگیرند و در این زمینه با دیگران گفت و گو کنند. همان طور که می دانید واکنش دانش آموزان به نحوه متفاوت است، برخی آنرا تشویق و برخی آنرا تنبیه می بینند. آنانی که موفق بوده اند به تلاش خود ادامه می دهند و آنانی که موفق نبوده اند ممکن است از تلاش کردن بازمانند. اما همه دانش آموزان به ارزشیابی که موفقیت را مورد توجه دارد نه سنجش رد پاسخ مثبت می دهند.

معلمان می توانند با تلاش مداوم درستی ارزشیابی های روزانه خود را بهبود بخشند. بازخوردهای توصیفی را که به دانش آموزان عرضه می کنند، آموزنده تر سازند و میزان سخالت دانش آموزان را در فرایند ارزشیابی بیشتر کنند. در نهایت، به کارگیری چنین روشی به منزله استفاده از نوعی ابزار در جهت پیشرفت آموزش است که به آموزش دانش آموزان مسئول، بالنگیزه و خودهدایتگر منجر می شود.

خلاصه فصل ششم

در این فصل با ارزشیابی از کلاس درس به عنوان بخش مهمی از یاددهی کارآمد و یادگیری موفقیت آمیز آشنا شدیم. ارزشیابی از کلاس به نحوی که دانش آموزان به میزان بحالت داشته باشند و افزایش یادگیری یکی از اهداف های آن می باشد. اکثر فرآیندهای ارزشیابی کلاس بازخورد دقیق و توصیفی به دانش آموزان برسد و آنان در برنامه ارزشیابی شرکت داشته باشند. یادگیری دانش آموزان بهبود می یابد هدف ما ارزشیابی انگیزه دانش آموز و یادگیری بیشتر او است. بازخوردهای سازنده، دانش آموز را به آنچه که درست انجام داده است، راهنمایی می کنند و با اشاره دقیق به نقاط قوت او، به او کمک می کنند که این جنبه های مثبت را حتی بیشتر تقویت کند. هدف نهایی ما این است که دانش آموزان هدایت فرایند یادگیری را برعهده گیرند. دانش آموزان براساس پرسش از خود در جهت خود ارزشیابی گام برمی دارند. این پرسش ها عبارتند از:

۱. می خواهم به کجا برسم؟ دانش آموزان برای پاسخگویی به این پرسش باید اهداف آموزشی را به نحو روشن بشناسند.

۲. در حال حاضر کجا هستم؟ دانش آموزان می توانند نمونه کارهای خود را با نمونه کارهای بهتر و برجسته تر، مقایسه و سعی کنند تفاوت ها را تشخیص دهند.

۳. چگونه فاصله ام را کاهش دهم؟ ارزشیابی برای یادگیری به دانش آموزان کمک می کند که برای حرکت از موقعیت فعلی به سمت رسیدن به هدف نهایی چکار کنند. همه دانش آموزان باید خوب یاد بگیرند که یادگرفتن خودارزشیابی و خودگردن به مهارت های آن در حیطه توانایی آنها است. دانش آموزان با ارزشیابی منظم خود باید مسئولیت بیشتری در قبال یادگیری شان برعهده گیرند.

خودآزمایی چهارگزینه ای فصل ششم

با پاسخ دادن به نمونه هایی از پرسش های امتحانی خود را بیازمایید.

۱. چه زمانی بازخوردهای سازنده دانش آموز را به آنچه که درست انجام داده است سوق می دهد؟

- الف) هدف انگیزه دانش آموز
- ب) هدف حل مسئله
- ج) هدف یادگیری
- د) حفظ کردن مطالب

۲. هدف نهایی خودارزشیابی ما این است که دانش‌آموزان را برعهده گیرند.
- الف) هدایت فرایند دانش
ب) هدایت فرایند یادگیری
ج) چگونگی رسیدن به هدف
د) چگونگی رسیدن به پیشرفت
۳. براساس سه پرسش از خود درجهت خود ارزشیابی کدام یک گام اول است؟
- الف) به کجا برسم
ب) کجا هستم
ج) چگونه فاصله‌ام را کاهش دهم
د) چگونه فاصله‌ام را افزایش دهم
۴. دانش‌آموزان با ارزشیابی منظم خود، بیشتری در قبال یادگیری‌شان برعهده می‌گیرند.
- الف) مسئولیت
ب) هدف
ج) احساس
د) اطلاعات
۵. ارزشیابی برای یادگیری طی چه فرایندی انجام می‌شود؟
- الف) یاددهی و یادگیری
ب) برنامه‌ریزی
ج) طرح درس
د) هر سه مورد

فصل هفتم

استفاده از فناوری در تدریس ریاضی دوره‌های پیش‌دبستانی و دبستان

هدف کلی

آشنایی با مفاهیم و روش‌های استفاده از فناوری در تدریس

هدف‌های یادگیری

- پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:
۱. چهار نوع مرکز مواد آموزشی طراحی شده را بیان کنید.
 ۲. مرکز یادگیری کلاس را شرح دهید.
 ۳. اینکه فراگیر برای ایجاد یک محیط پربرآورد آموزشی از چه نوع مرکز آموزشی استفاده کند را شرح دهید.
 ۴. برنامه‌هایی که فراگیرندگان را در جریان آموزش فعال نگه می‌دارند را بیان کنید.
 ۵. چرا رسانه‌ها و مواد فناوری آموزشی به مقدار زیاد به کلاس درس راه یافته‌اند؟ را شرح دهید.
 ۶. هفت اصل به‌کارگیری فناوری در پیش از دبستان از منظر NAEYC را مورد بحث قرار دهید.

مقدمه

بهره‌گیری از فناوری آموزشی به مفهوم جدید آن بی‌شک یکی از نوآوری‌های آموزشی محسوب می‌شود، فناوری آموزشی صرفاً کاربرد دستگاه‌های سمعی و بصری نیست. آموزش نیز امروز معنی و مفهوم جدیدی پیدا کرده است. مواد و وسایل آموزشی روزبه‌روز تنوع بیشتری می‌یابند و کتاب درسی تنها یکی از آن‌ها به حساب می‌آید. نقش معلم هم بیشتر راهنمایی و رهبری و هدایت است تا متکلم و حده بودن. پیشرفت علوم و فنون و توسعه حجم دانش بشری، تغییر شرایط و امکانات زندگی فردی و اجتماعی، نفوذ فناوری و صنعت در روابط ملی و بین‌المللی، نقش زمان در سرنوشت ملت‌ها، ظهور مشاغل و تخصص‌های جدید، تغییر نیازهای جامعه، آگاهی ملت‌ها و... همه و همه در تغییر و تحول برنامه‌ها اثر می‌گذارند. یکی از برنامه‌های ویژه، تأسیس هسته اصلی فعالیت مدارس، محیط‌هایی است که به صورت (مرکز مواد آموزشی IMC) طراحی می‌شوند. چند نوع مرکز مواد آموزشی تاکنون طراحی شده و مورد بهره‌برداری قرار گرفته است.

۷-۱ چند نوع مرکز مواد آموزشی

نوع اول: این مرکز به گونه‌ای است که مورد استفاده مشترک معلمان و دانش‌آموزان چندین مجتمع آموزشی به هم پیوسته است.

نوع دوم: این مرکز مواد آموزشی یک مجتمع آموزشی است که منبع ذخیره و تعدیه همه مدارس را برعهده دارد.

نوع سوم: این مرکز مربوط به یک مدرسه است و امکان یادگیری از یک مجموعه وسایل آموزشی را در مدرسه فراهم می‌سازد.

نوع چهارم: این مرکز مربوط به کلاس درس است و فرصت یادگیری مفاهیم هر ماده درسی را در محیط کلاس درس فراهم می‌آورد. در این نوع مرکز یادگیری تحت عنوان مرکز یادگیری کلاس درس (classroom learning center) دانش‌آموزان می‌توانند با دسترسی به انواع ابزارهای آموزشی فرصت‌های یادگیری را در سطوح مختلف گسترش دهند. در نوع چهارم مرکز مواد آموزشی انواع لوازم آموزشی و ابزار آموزشی از قبیل کتاب و سایر مطالب چاپی، فیلم‌های علمی، آموزشی، نشریات، عکس، اسلاید، کنکسیون‌ها و دستگاه‌های سمعی و بصری (تلویزیون، نوار ضبط صوت، ویدئو

و کامپیوتر و...) هنگام اجرای روش‌های تدریس با توجه به تفاوت‌های فردی فراگیران شرایطی را پدید می‌آورند که تحت این شرایط مفاهیم آموخته‌شده عمق و وسعت بیشتری می‌یابند و مطالب درسی با درک کامل دریافت می‌شوند.

به منظور یاری‌دادن به فراگیران و برای ایجاد یک محیط برابر آموزشی - یادگیری، مواد کمک‌آموزشی چندحسی (multi sensory) زیادی تهیه‌شده که می‌توان ماشین‌های آموزشی، تلویزیون، فیلم، ابزارهای بازیابی اطلاعات، وسایل و تجهیزات آزمایشگاهی و... را نام برد که در مرکز یادگیری کلاس درس قرار می‌گیرد.

از سویی دیدگاه جدید به آموزش از محتوا مرکزی (content centered) به فرایندمحوری (process centered) و یادگیری محوری (learning centered) چرخش داشته و نقش معلم از انتقال‌دهنده اطلاعات به هدایت‌کننده فعالیت‌های یادگیری تغییر یافته است. از آنجاکه یادگیری نیز با بهره‌گیری از یک یا چند مورد از پنج حس بهتر رخ می‌دهد، رسانه‌ها و مواد تکنولوژی آموزشی به مقدار زیاد به کلاس درس راه یافته‌اند. تکنولوژی آموزشی خدمات آموزشی برتری از آنچه که معلم انجام می‌دهد عرضه می‌کند. وقتی که می‌تواند مطالبی را که معلم عرضه می‌کند تکمیل کند یا وقتی که به دانش‌آموز و معلم امکان می‌دهد وقت و تلاش خود را به حل مسئله معطوف دارند، نقش به‌سزایی در کلاس درس ایفا می‌کند. مواد چندرسانه‌ای که در کلاس مورد استفاده قرار می‌گیرند در جهت یاری‌رساندن به دانش‌آموز برای چیرگی بر حقایق، اصول و مهارت‌هایی که به تمرین‌های مکرر نیاز دارد، بسیار مؤثر است.

به‌طور کلی مطالعات تحقیقی و نتایج پژوهش‌ها نشان می‌دهد آموزش تلویزیونی و استفاده از فیلم‌های درسی، نوارها و ابزار آموزشی و مواد یادگیری فرصت بیشتری برای یادگیری و کار انفرادی یا گروهی در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌دهد، همچنین این امکان را فراهم می‌سازد که هر دانش‌آموز با میزان توانایی خود پیش برود و هر زمان که فرصت یافت در زمینه‌هایی که مشکل دارد ابزارهایی را انتخاب کند.

فناوری آموزشی با فراهم‌ساختن امکان آموزش کمی - کیفی برای همه دانش‌آموزان فواصل موجود را می‌پوشاند. با به‌کارگیری ابزارهای آموزشی دانش‌آموزان نیاز ندارند که فقط به کتاب درسی به‌عنوان تنها منبع اطلاعاتی محدود باشند. تلویزیون، فیلم، پوستر، مدل‌ها، مولاژها و... دانش‌آموزان را با واقعیات به‌طور ملموس مرتبط

می‌سازند. به‌مصرف دستبازی به ساختار بهینه و فرایند آموزشی مناسب به کمک ابزارها و روش‌های جدید آموزش مثلث اجرا برنامه‌های فعال و هدفمند است. برنامه‌هایی که فراگیرندگان را در جریان آموزش فعال نگهدارند، آنان را به انجام تکالیف علاقه‌مند سازند. برای یادگیری مشمول سازند و برای فعالیت‌های آینده آماده سازند. تا اواسط قرن بیستم، برای اینکه کودکان عضو مفیدی برای جامعه باشند، می‌بایست دانش ریاضی و ارتباطی آن‌ها را پرورش داد. در نیمه دوم قرن بیستم، برای اینکه شخصی، عضو مفیدی از جامعه باشد، علاوه بر ریاضی و ارتباطات، آگاهی از فناوری نیز برای او ضروری شد. در حال حاضر فناوری در پیش از دبستان به روش‌های گوناگون مشاهده می‌شود؛ مانند: DVD، ابزار ضبط صدا و تصویر، دوربین دیجیتال، برنامه‌های رایانه‌ای. اینترنت، اسباب‌بازی‌های الکترونیکی و تلویزیون. همچنین انواع مختلفی از فناوری‌های کمک‌آموزشی، از کودکان دارای ناتوانی حمایت می‌کنند. از نظر فناوری سواد مناسب شامل یادگیری یک زبان، تکنیک‌ها و مهارت‌ها است؛ این یادگیری از دوران اولیه کودکی آغاز می‌شود.

تجارب رایانه‌ای به‌صورت محدود و نظارت‌شده برای رشد و نمو کودکان خردسال سودمند است. برای مثال، زمانی که کودکان ضمن کار با رایانه به تعامل با دیگران می‌پردازند، رشد اجتماعی و هیجانی خود را ارتقا می‌بخشند. به‌خصوص اینکه، آن‌ها بیشتر صحبت می‌کنند و احساسات مثبت خود را بروز می‌دهند. رایانه، از تعامل میان کودکان دارای ناتوانی و کودکان عادی حمایت می‌کند و از نظر شناختی کار با رایانه در کودکان خردسال منجر به رشد زبان و بازی مشارکی در آن‌ها می‌شود (کلنت و ساراما، ۲۰۰۳). نرم‌افزار رایانه‌ای از رشد مهارت‌های سوادآموزی کودکان حمایت می‌کند. برای مثال، کتاب‌های داستان‌های رایانه‌ای این توانایی بالقوه را دارند که شکاف میان کودکانی که در خانه برای آن‌ها کتاب خوانده می‌شود و آن‌هایی که از آن محروم‌اند را می‌پوشاند.

۲-۷ هفت اصل به‌کارگیری فناوری در پیش از دبستان از منظر NAEYC

استفاده از فناوری در پیش از دبستان نیز مثل هر چیز دیگری باید مناسب با رشد کودکان خردسال باشد. به‌عبارتی دیگر، تجارب فناوری کودکان شیرخوار و نوپا باید کاملاً مطبوعه شود. برای اینکه آن‌ها از طریق خواستار یاد می‌گیرند و به تجارب فعال و

چندحسی نیاز دارند. کودکان از سن سه‌سالگی می‌توانند از تجارب فناوری محدود و نظارت‌شده برخوردار باشند.

انجمن ملی آموزش کودکان خردسال آمریکا^۱ اصول هفت‌گانه زیر را در زمینه به‌کارگیری فناوری در پیش از دبستان (کودکان سه تا هشت ساله) بیان کرده است. هرچند این اصول بیشتر مربوط به‌کارگیری فناوری رایانه‌ای است، اما می‌توان به دیگر فناوری‌ها مانند تبلت و چندرسانه‌ای نیز تعمیم داد:

۱. مریدان دوران اولیه کودکی می‌بایست از تجارب حرفه‌ای خود استفاده کنند و مشخص نمایند که آیا استفاده از فناوری از نظر فردی، فرهنگی و تحولی برای کودکان مناسب است؟ اینکه ما از ماهیت کودکان خردسال چه می‌دانیم و چگونه آن‌ها یاد می‌گیرند را پیش از انتخاب و به‌کارگیری فناوری در پیش از دبستان، یاد بگیریم.

۲. اینکه استفاده از فناوری در پیش از دبستان چگونه رشد اجتماعی و شناختی را مورد حمایت قرار می‌دهد را در نظر بگیرند. کودکان زمانی به رایانه علاقه‌مند می‌شوند که چیزهایی که اتفاق می‌افتد را درک کنند. همچنین، زمانی که نرم‌افزارها پیچیدگی فرایند‌های داشته باشند، می‌توانند منجر به رشد شناختی کودکان شود. از آن گذشته، مطالعات نشان داده‌اند که کودکان از تجارب پارانه‌ای مشارکی و کمک‌خواستن از یکدیگر لذت می‌برند، و به‌نظر می‌رسد درخواست کمک از همسالان را پیش از بزرگسالان ترجیح می‌دهند.

۳. بهتر است رایانه در محیط یادگیری معمولی قرار گیرد و به‌عنوان ابزاری برای حمایت از فرایند یادگیری استفاده شود. برای اینکه رایانه‌ها ابزاری برای یادگیری هستند، و زمان رایانه جدا از فعالیت‌های کلاسی است، بهتر است تنها برای دوره‌های کوتاه مدت آموزش مهارت‌ها استفاده شود (مثل آموزش استفاده از صفحه کلید).

۴. مریدان دوران اولیه کودکی باید دسترسی برابر به رایانه‌ها را افزایش دهند. مطالعات نشان می‌دهند که دختران، دانش‌آموزان آفریقایی-آمریکایی و دانش‌آموزان فقیر، از رایانه کمتر استفاده می‌کنند و میزان دسترسی یا ترغیب به استفاده از رایانه در آن‌ها پایین است.

۵. فناوری در پیش از دبستان باید تنوع فرهنگ‌ها، زبان‌ها و میراث‌های قومی کودکان را در نظر بگیرد.

خلاصه فصل هفتم

در این فصل، با بهره‌گیری از فناوری آموزشی به مفهوم جدید آنکه بس‌شک یکی از فناوری‌های آموزشی محسوب می‌شود آشنا شدیم. نقش معلم در این زمینه بیشتر راهنمایی، رهبری و هدایت است تا متکلم و حده بودن. پیشرفت علوم و فنون و توسعه حجم دانش بشری، تغییر شرایط و امکانات زندگی فردی و اجتماعی، نفوذ فناوری و صنعت در روابط ملی و بین‌المللی، نقش زمان در سرنوشت ملت‌ها، ظهور مشاغل و تخصص‌های جدید، تغییر نیازهای جامعه، آگاهی ملت‌ها و... همه و همه در تغییر و تحول برنامه‌ها اثر می‌گذارند. چند نوع مرکز مواد آموزشی تاکنون طراحی شده و مورد بهره‌برداری قرار گرفته است. نوع اول این مرکز به گونه‌ای است که مورد استفاده مشترک معلمان و دانش‌آموزان چندین مجتمع آموزشی به هم پیوسته است. نوع دوم مرکز مواد آموزشی یک مجتمع آموزشی است که منبع ذخیره و تغذیه همه مدارس یک مجتمع است. نوع سوم مربوط به یک مدرسه است و امکان یادگیری از یک مجموعه وسایل آموزشی را در مدرسه فراهم می‌سازد. نوع چهارم مربوط به کلاس درس است و زمت یادگیری مفاهیم هر ماده درسی را در محیط کلاس درس فراهم می‌آورد. به منظور بازی‌دادن به فراگیران و برای ایجاد یک محیط پررار آموزشی - یادگیری، مواد کمک‌آموزشی چندحسی (multi sensory) زیادی تهیه شده که می‌توان ماشین‌های آموزشی، تلویزیون، فیلم، ابزارهای بازیابی اطلاعات، وسایل و تجهیزات آزمایشگاهی و... را نام برد که در مرکز یادگیری کلاس قرار می‌گیرند. فناوری آموزشی با لزوم ساختن امکان آموزش کمی - کیفی برای همه دانش‌آموزان فواصل موجود را می‌پوشاند. بهر صورت، دستیابی به ساختار بهینه و فرایند آموزشی مناسب به کمک ابزارها و روش‌های جدید آموزشی مستلزم اجرای برنامه‌های فعال و هدفمند است.

خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل هفتم

با پاسخ‌دادن به نمونه‌هایی از پرسش‌های امتحانی خود و بیازمایش،
 ۱. کلمه مرکز به گونه‌ای است که مورد استفاده مشترک معلمان و دانش‌آموزان چندین

مجتمع آموزشی به هم پیوسته است؟

- الف) مرکز مواد آموزشی نوع اول
 ب) مرکز مواد آموزشی نوع دوم
 ج) مرکز مواد آموزشی نوع سوم
 د) مرکز مواد آموزشی نوع چهارم

۶. مربیان و والدین دوران اولیه کودکی بایستی از فناوری مناسب و کاربردهای آن برای همه کودکان حمایت کنند. این امر بایستی بر دسترس آسان‌تر به نرم‌افزاران به‌روزرسانی آسان، اطلاعاتی بی‌امون مزایای نرم‌افزارهای مناسب و به‌روزرسانی آسان، اطلاعاتی بی‌امون مزایای نرم‌افزارهای مناسب متمرکز شود. نرم‌افزار می‌بایستی توانایی‌های مختلف و آفرام‌آورده، تجارب مشارکتی را پشتیبانی کند. عدم خشونت را نشان دهد و از اشتراک اطلاعات حمایت کند. این حمایت باید همچنین از سیستم‌های ملی، ایالتی و محلی برابری دسترسی به فناوری برای کودکان خردسال و خانواده‌شان حمایت کند.

۷. مربیان دوران اولیه کودکی باید شرکت‌کنندگان فعالی در نیای فناوری باشند و در دوره‌های آموزشی عمیق و دقیق حضور یابند تا بتوانند دوباره فناوری تصمیمات مناسب اتخاذ کنند.

۸. چند نکته مهم در استفاده از نرم‌افزارها و فناوری‌ها در پیش از دبستان

هنگامی که کودکان سه تا پنج سال دبستان‌هایی را می‌آفرینند و آن‌ها را داخل سواد ضبط می‌کنند یا به بزرگسال جهت تایپ دیکته می‌کنند، سطح زبان‌شان توسعه می‌یابد شخصی که کلمات کودکان را تایپ می‌کند باید اطمینان حاصل کند که کودک در وضعیتی قرار گرفته است که می‌تواند کلمات را هنگام تایپ شدن مشاهده کند. اینکار رشد کودکان خردسال را در زمینه چاپ، حروف، دانش لغات و واج‌شناختی تقویت می‌کند. آن‌ها باید تشویق شوند که داستان‌هایشان را به تصویر بکشند.

برنامه‌های مناسب نرم‌افزاری برای کودکان سه تا پنج سال وجود دارند که میزان لغات و تصاویر آن‌ها ارتباط برقرار می‌کنند. در این وضعیت هم کودکان با مشاهده کلمه و تصویر آن، سواد خود را تقویت می‌کنند. این داستان‌ها در نرم‌افزار رایانه، پویانمایی شده و تصویری دارند که باعث می‌شوند شخصیت‌ها زنده به نظر آیند. برنامه‌هایی که هدفشان طراحی، الگوسازی و طبقه‌بندی اشیا است نیز مناسب بوده و یادگیری ریاضی را تقویت می‌کنند. مربیان دوران اولیه کودکی می‌بایستی مطمئن شوند که این برنامه‌ها قابل تعاطف هستند و کنترل بیشتری به کودک می‌دهند؛ برنامه نباید دست‌کنترل رایانه‌ای داشته باشد.

۲. نوع دوم مرکز مواد آموزشی چه وظیفه‌ای را بر عهده می‌گیرد؟

الف) آموز مربوط به کلاس درس

ب) منبع ذخیره و تغذیه همه مدارس

ج) فرصت یادگیری مفاهیم هر ماده درسی

د) مورد استفاده مشترک معلمان و دانش‌آموزان

۳. کدام نوع مرکز مواد آموزشی با توجه به تفاوت‌های فردی فراگیران شرایطی را پدید می‌آورند؟

الف) مرکز مواد آموزشی نوع اول

ب) مرکز مواد آموزشی نوع دوم

ج) مرکز مواد آموزشی نوع سوم

د) منظور باری‌دادن به فراگیران و برای ایجاد یک محیط برابر آموزشی کدام گزینه کاربرد دارد؟

الف) چندحسی (multi sensory)

ب) محتوا مرکزی (content centered)

ج) فرایندمحوری (process centered)

د) یادگیری محوری (learning centered)

۴. کدام برنامه‌ها فراگیرندگان را در جریان آموزش فعال نگه می‌دارند؟

الف) چندحسی (multi sensory)

ب) محتوا مرکزی (content centered)

ج) فرایندمحوری (process centered)

د) یادگیری محوری (learning centered)

بخش دوم

توسعه مفاهیم و رویه‌های ریاضی

فصل هشتم

شکل‌گیری مفهوم عدد و درک کمی

هدف کلی

آشنایی با شکل‌گیری مفهوم عدد و درک کمی در مقطع ابتدایی و آشنایی با روش‌های تدریس چهار عمل پایه‌ای حساب.

هدف‌های یادگیری

پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:

۱. شیوه آموزش شمارش را بیان کنید؟
۲. مفهوم عدد را شرح دهید؟
۳. مفاهیم چهارگانه جمع، تفریق، ضرب، تقسیم را شرح دهید؟
۴. مراحل تدریس اعمال حسابی (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم) را شرح دهید؟
۵. نحوه تدریس اعمال حسابی (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم) را شرح دهید؟

مفهوم

در حیطه آموزش مفاهیم، یکی از موارد مهم و ضروری مفهوم عدد است. مفهوم عدد از آموزش‌های پیش‌دبستانی و دبستانی نیز می‌باشد و البته کاربردهای بسیاری هم در زندگی عادی و روزمره هر فردی دارد. برای اینکه مفهوم عدد را به کودک بیاموزیم باید پیش‌نیازهایی را برای وی فراهم سازیم. از جمله مواردی که باید قبل از آموزش مفهوم اعداد به کودک یاد بدهیم، شمارش و درک توالی است.

البته کودک باید توجه و تمرکز لازم، دستورپذیری و تقلید، تطابق و طبقه‌بندی را کس کرده باشد. دقت دیداری و شنیداری وی تقویت شده باشد. مفاهیم ساده‌تر را آموخته و از حافظه دیداری و شنوایی مناسب نیز برخوردار شده باشد. به‌طور واضح بدون دانش موارد فوق، آموزش مفهوم عدد موفقیت‌آمیز نخواهد بود.

الف) آموزش شمارش: کودک یادگیری شمارش را به‌طور ریتیمیک (به‌صورت شعر و آهنگین) و در حین بازی بهتر فرا خواهد گرفت، پس بهتر است ابتدا شمارش به‌صورت ریتیمیک را آغاز کنیم. می‌توان تعدادی مهره روی میز جلوی کودک به‌صورت ردیف قرار داده و با زدن انگشت به آنها شمارش ریتیمیک را آغاز کنیم. یا با زدن ضربه به میز یا پریدن، دست‌زدن و با انواع بازی‌های دیگر هم‌زمان با کودک شروع به شمارش کنیم.

معمولاً کودکانی که از نظر کلامی در حد تک‌کلمه هستند هم می‌توانند شمردن اعداد به‌صورت ریتیمیک را یاد بگیرند. اگر کودک مشکل کلامی دارد ابتدا تا ۳، سپس تا ۵ و سپس تا ۱۰ را به او یاد می‌دهیم. اما معمولاً کودکان شمارش ریتیمیک تا ۱۰ را به‌سرعت یاد می‌گیرند. وقتی کودک شمارش تا ۱۰ را به این صورت یاد گرفت، با انواع اشیای مختلف شمارش را تمرین می‌کنیم. اگر کودک تمرکز ضعیف‌تری دارد باید از سرخ‌ها استفاده کنیم. می‌توانید دست کودک را گرفته و انگشت اشاره او را بر روی اشیای موردنظر (مهره‌ها، قطعات اسباب‌بازی یکسان، گلوله، مدادها و...) که برای شمارش آماده کرده‌ایم قرار داده و همراه او بشماریم.

ما ترجیح می‌دهیم که کودک در همان ابتدای کار توالی را رعایت کند. یعنی هیچ‌کدام از اشیاء را جای اندازه و به‌ترتیب بشمارد. برای تعمیم‌دهی بیشتر باید شمارش در جاهای مختلف، روی اشیای مختلف و از جهت‌های مختلف البته با رعایت توالی و ترتیب تمرین شود و همیشه تشویق‌ها و پاداش‌ها را به‌موقع و طی یک برنامه تشویقی مناسب ارائه می‌دهیم.

ب) آموزش مفهوم عدد: برای آموزش مفهوم عدد ترجیحاً با عدد ۲ شروع می‌کنیم. بومی می‌توان گفت که دانش دو دست، دو پا، دو گوش، دو چشم و... در بدن تصویر عدد ۲ را در ذهن هر کسی حک کرده و کودکان نیز از این قاعده مستثنی نیستند. در شیء کاملاً شبیه به این شکل، رنگ، اندازه و... را جلوی کودک روی میز قرار دهیم و توجه کودک به آن‌ها معضوف می‌کنیم. با انگشت روی اشیاء زده و می‌شماریم: ۱، ۲ و سپس همراه کودک این عمل را تکرار می‌کنیم. پس از اینکه کودک

آنها شمرد می‌پرسیم چند تا است؟ به او کمک می‌کنیم تا به پاسخ (۲ تا) اشاره کند. معرفی عدد ۲ را با اشیای مختلف، در مکان‌ها و زمان‌های مختلف انجام می‌دهیم تا کودک مفهوم عدد ۲ را درک کند.

پس از اینکه کودک تا حدودی مفهوم ۲ را یاد گرفت از او می‌خواهیم ۲ تا بدهد. کودک باید از تعدادی اشیاء که روی میز است ۲ تا را به ما بدهد. متعاقب آن می‌پرسیم: «چند تا دادی؟» و به او یاد می‌دهیم که پاسخ دهد: «دو تا». وقتی کودک در این زمینه هم موفق شد، برعکس آن را هم انجام می‌دهیم. ۲ شیء را در دست گرفته با ۲ انگشت را به او نشان می‌دهیم می‌پرسیم: «این چند تا است؟» کودک باید بشمارد و یا به‌صورت کلی تشخیص دهد و یاد بگیرد جواب درست بدهد.

وقتی عدد ۲ را به‌خوبی فرا گرفت با همین فرایند عدد ۳ را آموزش می‌دهیم. در این هنگام دیگر عدد ۲ را به‌کلی کنار گذاشته و فقط روی عدد ۳ کار می‌کنیم و پس از یادگیری کامل کودک و اطمینان از تعمیم‌دهی اکنون عدد ۲ و ۳ را به‌طور هم‌زمان کنار می‌کنیم. یعنی تعدادی شیء را روی میز گذاشته و هریار بدون یک توالی منظم و به‌طور تصادفی می‌خواهیم که ۲ یا ۳ تا بدهد.

نکته مهم در این قسمت تشخیص و تمیز بین عدد ۲ و ۳ است. اگر از کودکی خواستیم ۲ تا بدهد باید پس از عدد ۲ مدتی مکث کنیم و بلافاصله پس از دادن ۲ تشویق را ارائه نکنیم، چون ممکن است کودک پایان دادن اشیاء را به تشویق موقوف کند و نیز نباید تشویق آنقدر با تاخیر انجام شود که کودک را به شک بیندازد و از درستی پاسخ خود مردد شود. وقتی مطمئن شدیم که کودک بین عدد ۲ و ۳ تمیز قائل می‌شود و هرکدام را به کرات درست می‌دهد، آموزش عدد ۱ را به روش فوق شروع می‌کنیم و سپس تعمیم‌دهی و سرانجام فرایند تمیز و تشخیص بین عدد ۱ و ۲ و ۳ را در برنامه قرار می‌دهیم.

همیشه برای شروع یک عدد جدید، باید از یادگیری موارد آسان‌تر قبلی مطمئن شویم. در غیر این صورت یادگیری کودک دچار مشکل خواهد شد. یک مشکل عمده در آموزش مفهوم عدد که این فرایند را برای برخی کودکان دچار رکود می‌نماید، تمرکز حواس ضعیف کودکان اوتیستیک است. این موضوع باعث می‌شود در حین دادن تعداد شیء خواسته شده، آنها فراموش کند (مثلاً اگر می‌گوییم ۵ تا بده، کودک دادن اشیاء را حتی تا ۹ و ۱۰ هم ادامه بدهد). هرچه عدد مورد آموزش بالاتر برود، این مشکل ممکن است بیشتر ایجاد شود.

باز این باید به چند نکته دقت کنیم:
اولاً: از آنجایی که مفهوم آنه خیلی فوری و نه خیلی با تأخیر (دوم آنکه از آموزش سرخ‌ها می‌باید و آن نیز مورد استفاده کرد مثل زدن یک ضربه توسط خود کودک پس از رساندن به عدد مورد نظر. استفاده از لفظ تمام شد توسط خود کودک، حذف صورتی که باید حواس‌پرتی می‌شود اصل صدای گذاشتن مهره روی میز یا چیدن و ردیف کردن مهره با یک دست خاص، تغییر وسایل کار در حین تکرار آموزش. باید مراقب باشیم که سرخ‌ها حتماً در موقع مناسب حذف شوند تا ایجاد وابستگی نکند. پس از اینکه مفهوم عدد را چه به صورت نام عدد و چه به صورت پاسخ به پرسش «این چند تا است؟» تا حدود عدد ۱۰ آموزش دادیم می‌توانیم به صورت تصویری و دوبعدی آنرا آموزش دهیم.

هنگام استفاده از تصویر با هم از اعداد پایین‌تر شروع می‌کنیم و به تدریج به اعداد بالاتر می‌رویم مثلاً از کودک می‌خواهیم در یک بشقاب با روی یک درخت ۳ تا گردی با سبب بکشد و برعکس هم تعداد مورچه‌ها را بشمارد و به ما بگوید. همیشه می‌توانیم از شباهت مهره علاقه کودک برای جذب توجه آموزش مفهوم عدد استفاده کنیم. مثلاً برای کودکی که به دانش علاقه دارد از تصویر ماشین استفاده کنیم: (در تصویر چند تا ماشین هست؟) برنامه تعیین‌دهی آموزش مفهوم عدد بسیار مهم است. لذا باید به فرایند تعیین‌دهی توجه لازم مبذول شود در صحت آینده به آموزش سایر مفاهیم و مهارت‌ها خواهیم پرداخت.

حاشا شکل‌گیری اعمال حسابی: جمع، تفریق، ضرب و تقسیم جزء چهار عمل اصلی در ریاضی هستند که از اساسی‌ترین مسائلی برای یادگیری دانش‌آموزان در دوره ابتدایی است. در این فصل درباره این موضوع صحبت می‌شود که چگونه می‌توان در روند یادگیری دانش‌آموزان در چهار عمل اصلی به آنها کمک کرد. یادگیری چهار عمل اصلی معمولاً با یادگیری قواعد حساب و تمرین و تکرار در جهت انجام سریع و صحیح عملیات چهار عمل اصلی آغاز می‌شود. بدین منظور، معلمان معمولاً تمرین‌های یکنواختی را به دانش‌آموزان تکلیف می‌کنند. اگر چه شیوه تدریس ریاضی در دهه‌های اخیر، از یافته‌های علمی به‌ویژه روان‌شناسی رشد و یادگیری استفاده کرده است. شیوه ستر آموزش حساب کماکان در مدارس ادامه یافته است. این در حالی است که ریاضیات یک ماده تحفیف-محور است و یادگیری واقعی در آن باید با منطق و ترویج سازی مفاهیم همراه باشد. در کلاس‌هایی مانند حساب علاوه‌بر تکرار و سرعت در محاسبه و یادگیری، باید تأکید بر حل هوشمندانه مسائل باشد (ساولسبرگ^۱ و همکاران، ۲۰۱۶).

1. Sneltsbergh.

عملیات حساب باید تا حد امکان از تحرکات روزمره دانش‌آموزان بهره‌گیری کرد. معلمان هم با علم به این موضوع، به‌طور گسترده‌ای از ابزار کمک آموزشی الیبتا، فلک و ... برای عینی‌نمودن مفاهیم و تعریضات استفاده می‌کنند. همچنین عبارت در توانایی‌های دانش‌آموزان را در نظر گرفته و کلاس‌ها را بر اساس توانایی‌های فردی تقسیم و اداره می‌کنند. آن‌ها اعضای کلاس را به یادگیری گروهی و همکاری تشویق می‌کنند و از توجه و تحسین تبعیض‌آمیز اجتناب می‌ورزند (اساقلام^۱، ۲۰۱۲).

د) روش تدریس جمع: جمع را به سه طریق افزایشی، افزایی و اجتماع دو مجموعه جدا از هم می‌توان بیان کرد. به‌عنوان نمونه برای درک مفهوم افزایشی جمع مثال زیر را در نظر بگیرید. مثال: علی ۳ مداد داشت دوستش به او ۲ مداد دیگر داد. حالا علی چند تا مداد دارد. $2+3=5$

همچنین برای درک صحیح مفهوم افزایی جمع می‌توان مثال زیر را در نظر گرفت. فرمجموعه ۵ عضوی را می‌توان به ۲ زیرمجموعه ۳ عضوی و ۲ عضوی افزایی کرد و این مفهوم را مفهوم افزایی جمع می‌گویند. $5=2+3$

همچنین برای درک صحیح از مفهوم جمع اجتماع دو مجموعه جدا از هم مثال زیر را در نظر بگیرید. علی ۳ مداد و حسن ۲ مداد دارد. علی و حسن با هم چند مداد دارند. $2+3=5$

۱-۸ اجتماع مجموعه‌ها و نقش آن در جمع

مطابق با اصول مطرح‌شده توسط شوکابیلو (۲۰۱۶) اجتماع یکی از مفاهیم پایه برای تدریس و تحصیل مفاهیم جمع است. اگر عضوهای دو مجموعه A و B را در مجموعه دیگری بریزیم، این مجموعه را اجتماع آن‌ها نامیده و با $A \cup B$ نمایش می‌دهیم. به‌عنوان نمونه اگر S یک مجموعه باشد A و B و هر دو زیرمجموعه‌هایی از S باشند عمل اجتماع را می‌توان چنین تعریف کرد.

$A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$

دانش‌آموزان با اجتماع دو مجموعه جدا از هم بدون توجه به عاده اصلی مجموعه‌ها آشنا شده‌اند. مانند:

1. Sığlam

وقتی دانش‌آموزان دو مجموعه مداد («توپ قرمز: ۳» و «توپ سیاه: ۵») در اختیار دارند. آن‌ها در پاسخ پرسش معلم که چند توپ داری؟ پاسخ می‌دهند ۸ توپ. آن‌ها این تجربه را با دو مجموعه توپ و وسایل دیگر آموزشی مانند لوبیا، مهره (دورنگ) و نظایر آن ادامه می‌دهند. در این تدریس باید توجه داشت که هر دانش‌آموز دو مجموعه جدا از هم در اختیار دارد و عدد اصلی آن‌ها را می‌گوید و جمع کردن را نیز با مجموعه‌ها قبلاً انجام داده است و حالا عدد اصلی مجموعه‌ها را جمع می‌کند و حاصل را می‌گوید. در مثال بالا دانش‌آموز پاسخ می‌دهد: ۸ توپ می‌شود ۵ توپ سیاه با ۳ توپ قرمز. سپس عبارت مذکور در بالا به وسیله معلم به عبارت ریاضی تبدیل می‌شود و کودکان آن را می‌گویند:

۸ توپ → مساوی است با → ۵ توپ سیاه → به علاوه → ۳ توپ قرمز

درواقع نوشتن، عبارت ریاضی مذکور با استفاده از علائم (= و +) نوشته می‌شود و دانش‌آموزان آن را می‌نویسند:

$$۸ \text{ توپ} = ۵ \text{ توپ سیاه} + ۳ \text{ توپ قرمز}$$

با حذف توپ قرمز و توپ سیاه عبارت به صورت زیر خواهد شد.

$$۳+۵=۸$$

تدریس موارد فوق با راهنمایی معلم و تجربه هر دانش‌آموز و به صورت جمعی صورت می‌گیرد و در هر مرحله باید تمرین کافی انجام شود و بعد از اطمینان از تثبیت مفاهیم یادگیری مرحله بعدی مطرح خواهد شد.

موارد ویژه: گاهی دانش‌آموز دو مجموعه را به فاصله زمانی کوتاه در اختیار دارد و باید آن‌ها را جمع کند. در مثال بالا می‌توان به کودک ۲ مداد داد و از او خواست ۳ مداد دیگر را از دوست خودش که در کنار او نشسته است بگیرد و سپس مجموع را حساب کند. این بار نیز کودک با دو مجموعه جدا از هم روبه‌رو است ولی این مجموعه تقریباً با فاصله زمانی کوتاهی به او داده می‌شود، که جمع دو مجموعه جدا از هم است و قبلاً یاد گرفته است (اونژ و همکاران، ۲۰۱۴).

۸-۱-۱ اجتماع بیش از دو مجموعه

با استفاده از مهره یا میله پلاستیکی رنگی برای هر گروه از دانش‌آموزان (حداکثر ۳ نفر در هر گروه) ۳ مجموعه جدا از هم تهیه و در اختیار آنان گذاشته می‌شود مانند ۲ مهره آبی و ۴ مهره سیاه و ۳ مهره سفید.

از دانش‌آموزان خواسته می‌شود که آن‌ها را جمع کنند. دانش‌آموزان باید ضمن عامل جمع خاصیت شرکت‌پذیری در عمل جمع را یاد بگیرند. مراحل تدریس مانند آنچه در مورد تدریس جمع دو مجموعه جدا از هم گفته شد، خواهد بود.

۸-۲ اصول اساسی در تدریس جمع

آینلی و هیندی^۱ (۲۰۱۵) اصول اساسی در تدریس جمع را بدین‌گونه بیان نموده‌اند:

۱. تمویض‌پذیری: اگر دو عامل جمع را a و b بنامیم می‌توانیم بگوییم:

$$a + b = b + a$$

به عبارت دیگر، وقتی دانش‌آموز، برطبق آنچه قبلاً اشاره شد، بخواند ۳ مداد سیاه را با ۲ مداد قرمز جمع کند (هر دسته از مدادها باید در یک دست او باشد) می‌تواند ۳ مداد سیاه را با دو مداد قرمز و همچنین ۲ مداد قرمز را با ۳ مداد سیاه جمع کند که نتیجه در هر دو حالت برابر با ۵ مداد خواهد بود. این خاصیت جمع در تدریس مفهوم دو مجموعه جدا از هم یاد داده می‌شود و دانش‌آموز نتیجه $(a + b)$ و $(b + a)$ را مانند مثالی که گفته شد یکسان می‌بیند.

۲. شرکت‌پذیری: در اینجا می‌خواهیم دانش‌آموز یاد بگیرد که اگر ۳ مجموعه جدا از هم a و b و c داشته باشد و بخواند آن‌ها را جمع کند به دو صورت زیر امکان‌پذیر است:

$$(a + b) + c =$$

$$a + (b + c)$$

دانش‌آموز به‌هنگام آموزش جمع‌های بیشتر از دو مجموعه با یک مشکل روبه‌رو می‌شود و آنکه او براساس آموزش‌های قبلی جمع $(a + b)$ را به دست می‌آورد. ولی در مرحله بعدی جمع $(a + b)$ با c مطرح است یا ابتدا جمع $b + c$ را به دست می‌آورد و حاصل جمع را با a جمع می‌کند. باید گفت که روش اولی ساده است و تنها یادگیری جمع، حاصل جمع $(a + b)$ با c می‌باشد. ولی در روش دومی دانش‌آموز a را با جمع $(b + c)$ جمع می‌کند یعنی عمل جمع را مطابق آنچه یاد گرفته است در جهت عکس انجام می‌دهند. البته در تجربه عملی چنین مشکلی را پیدا نمی‌کند ولی در مرحله‌ای که بخواند جمع را بنویسد این موضوع پیش خواهد آمد. به هر صورت معلم باید این اختیار را به دانش‌آموزان بدهد که برای جمع سه مجموعه داده شده مطابق خواست خودشان و با یکی از دو روش بالا عمل جمع را انجام دهند و سپس دو آموزش گروهی دانش‌آموزان هر دو روش را تجربه کنند البته سایر اصول جمع را ضمن آموزش‌های عملی خواهد آموخت.

۱. Ainley & Hidi

۳-۸ مراحل تدریس جمع

۱-۳-۸ تدریس جمع‌های اساسی

آن‌گونه که عزتخواه (۱۳۹۰) بیان داشته است، جمع‌های اساسی به جمع‌هایی گفته می‌شود که هر دو جمله جمع یک‌رقمی است. البته این جمع‌ها در دو مرحله تدریس می‌شود: الف) جمع‌هایی که حاصل جمع آن‌ها ده و یا کمتر از ده است، ب) جمع‌هایی که حاصل جمع آن‌ها حداقل ۱۱ و حداکثر ۱۸ است. در جدول ۱-۳ جمع‌های اساسی جمع‌های نوع اول ۲۵ جمع و جمع‌های نوع دوم ۳۶ جمع خواهد بود و در مجموع ۸۱ جمع تدریس می‌شود. این جمع‌ها در سایر جمع‌هایی که کودک بعداً یاد خواهد گرفت استفاده خواهد شد.

۱. در جمع‌های نوع اول دو جمله باهم برابرند مانند $۲+۲$ و نظایر آن و در ۲۰ جمع دیگر نیز هر دو جمع باهم یکی هستند. تنها جای جملات جمع عوض شده است مانند $(۱+۳)$ و $(۳+۱)$. با این ترتیب طی ۲۵ تجربه که هر دانش‌آموز انجام می‌دهد کلیه ۲۵ جمع مذکور را یاد می‌گیرد.

جمع‌های اساسی (انتخاب از عزتخواه، ۱۳۹۰)

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷

شکل ۱-۱

* جمع‌های نوع دوم نیز دو جمله باهم برابرند مانند $(۶+۶)$ و نظایر آن و در ۳۳ جمع دیگر نیز هر دو جمع هم یکی است. تنها جملات اول و دوم جمع جابه‌جا شده است. $(۵+۲)$ و $(۲+۵)$ با این ترکیب هر دانش‌آموز در ۲۰ تجربه می‌تواند همه

جمع‌های اساسی نوع دوم را یاد بگیرد. از طرفی می‌دانیم جمع‌های اساسی را کودکان در هنگام یادگیری اعداد آموخته‌اند. فقط خواندن و نوشتن جمع‌های مذکور را با استفاده از مفاهیم جمع تدریس می‌کنیم. مفهومی از جمع که کودکان می‌دانند مفهوم افزایشی جمع است که در قالب و اجزایی تشکیل‌دهنده اعداد ۱ تا ۱۹ یاد گرفته‌اند. بهتر است تدریس جمع‌های اساسی بر مبنای مفهوم اجتماع دو مجموعه جدا از هم یاد داده شود (دمیر، ۲۰۱۱).

مثال: می‌خواهیم جمع اساسی $۴+۵$ را تدریس کنیم. در این تدریس از مفهوم اجتماع دو مجموعه جدا از هم استفاده می‌شود. وسایل کار می‌تواند میله یا مهره‌های پلاستیکی دورنگ یا لوبیای سفید و قرمز باشد.

هر دانش‌آموز ۴ لوبیای سفید و ۵ لوبیای قرمز از کیسه‌های لوبیای قرمز و سفید که معلم در اختیار فرد فرد آنان قرار می‌دهد برمی‌دارد و روی میز می‌گذارد سپس با راهنمایی معلم دو مجموعه ۴ و ۵ تایی را روی هم ریخته و جمع می‌کند و حاصل جمع را می‌گوید. (اگر دانش‌آموز نتوانست حاصل جمع را بگوید فرصت دارد که لوبیاهای جمع‌شده را بشمارد) اگر اعداد ۱ تا ۱۹ به خوبی تدریس شده باشد دانش‌آموز به‌طور قطع و یقین حاصل جمع را بدون شمارش خواهد گفت.

بعد از اینکه از یادگیری کودک اطمینان حاصل شد مراحل کار مطابق شرح زیر ادامه می‌یابد.

بیان جمع: مانند چهار لوبیای سفید و پنج لوبیای قرمز می‌شود ۹ لوبیا

عبارت مذکور با راهنمایی معلم به رابطه ریاضی تبدیل می‌شود.

۹ لوبیا مساوی است با ۴ + پنج لوبیای قرمز → به علاوه → ۴ لوبیای سفید

نوشتن جمع: اگر علائم (= و +) را قبلاً گفته باشیم عبارت ریاضی بالا را هر

کودی می‌نویسد.

$$۴+۵=۹$$

در غیر این صورت، لازم است علائم (= و +) را ضمن کار و به‌ترتیبی که کودکان

می‌گویند بنویسیم و از چپ به راست بخوانیم.

برای تثبیت مفاهیم یاد گرفته‌شده لازم است از تصاویر کتاب‌های درسی استفاده

شود. البته برای آنکه دانش‌آموزان در خواندن و نوشتن جمع‌ها مهارت لازم را کسب

کنند می‌توان از تصاویری که خود می‌سازند و کارهای عملی دیگری نیز که انجام

مردهند استفاده کرد. این موضوع با توجه به تفاوت‌های فردی در بین دانش‌آموزان

مفاوت خواهد بود و برخی از کودکان با کار کمتر و بعضی نیز با کار بیشتر می‌توانند مهارت لازم را به دست آورند (مگا و همکاران، ۲۰۱۴).

جمع سه عدد یک‌رقمی: در قالب جمع‌های اساسی نوع اول و دوم می‌توان جمع‌های سه عدد یک‌رقمی را تدریس کرد. البته تنظیم این جمع‌ها و برنامه‌ریزی آن باید طوری باشد که هر نوع متشکل از سه عدد به دو جمع اساسی تبدیل شود. مانند:

$$5+3 \quad \text{یا} \quad (2+1)+3 \quad \text{یا} \quad 2+1+3$$

به طوری که ملاحظه می‌گردد جمع $(2+1+3)$ از دو جمع اساسی $(2+1)$ و $(2+3)$ تشکیل یافته است که هر دو جمع را کودکان قبلاً آموخته‌اند و تنها خاصیت شرکت‌پذیری عمل جمع است که در اینجا تدریس خواهد شد. ضمناً اگر جملات جمع بیش از سه جمله باشد باز می‌توان آنرا تبدیل به چند جمع اساسی کرد که قبلاً آن‌ها را آموخته‌اند. در اینجا استفاده از خاصیت شرکت‌پذیری عمل جمع نیز یاد گرفته می‌شود. این جمع‌ها معمولاً به صورت ستونی نوشته می‌شوند و آن‌ها را جمع‌های ستونی نیز می‌گویند.

ترکیب جمع‌های ستونی را می‌توان در دو قسمت خلاصه کرد.

الف) جمع‌های سه عدد یک‌رقمی که مجموع آن‌ها از ده بیشتر نیست مانند:

$$2$$

$$3$$

$$+1$$

$$-$$

ب) جمع‌های سه عدد یک‌رقمی که مجموع آن‌ها از ده بیشتر است. مانند:

$$7$$

$$3$$

$$+6$$

$$-$$

جمع‌های ستونی اعداد یک‌رقمی که شرح آن گذشت در غالب جمع‌های جزئی‌تر استفاده خواهد شد. مانند:

$$110$$

$$123$$

$$+221$$

ولی مشکل عمده‌ای که کودکان در انجام چنین جمع‌هایی دارند جمع دومی است که باید به صورت ذهنی انجام دهند.

مثلاً در جمع $\frac{1}{4}$ کودک جمع $(1+2)$ را قبلاً یاد گرفته است و انجام می‌دهد ولی در جمع $(2+3)$ عدد ۳ را باید به خاطر داشته باشد و آن را با ۲ جمع کند. بعضی از معلمان ابتدا به کودکان اجازه می‌دهند حاصل جمع $1+2$ را بنویسند و بعد جمع دوم را انجام دهند. اگر برنامه‌ریزی دقیق صورت گیرد می‌توان جمع‌های ستونی قسمت (الف) را در ۱۲۰ ترکیب جمعی و جمع‌های ستونی قسمت (ب) را در ۲۰۴ ترکیب جمعی تنظیم و برون داد که برابر روش‌های قبلی آموزش داده می‌شوند.

جمع اعداد دورقمی بدون انتقال: پایه تدریس این جمع‌ها و سایر جمع‌هایی که پیش از دورقم دارند این است که دانش‌آموزان ارزش مکانی ارقام و همچنین جمع‌های اساسی و جمع‌های ستونی را به خوبی یاد گرفته باشند. با استفاده از این سه موضوع است که آموزش صورت می‌گیرد. برای اینکه کودکان در جمع کردن و رعایت قائده دچار اشتباه نشوند بهتر است اعداد را در جدول‌های کتاب درسی بنویسند. جمع کردن از بالا به پایین انجام می‌شود (پروکون و همکاران، ۲۰۱۴).

ده‌تایی	یکی
۲	۲
+۵	۳
۹	۵

جدول ۲-۲

بعد از تمرین‌های کافی و تا آنجا که عمل جمع بدون اشکال انجام شود از دانش‌آموزان خواسته می‌شود که از جدول استفاده نکنند و جمع را به صورت زیر بنویسند:

۲	۷
+۶	۳
۸	۹

بعد از آموزش عمل جمع اعداد دورقمی، جمع اعداد قسمی و بالاتر معرفی می‌شود. مانند جمع‌های:

۳۲۱۱	۲۲۲	۶۱۳
+ ۲۱۵۲	+ ۱۲۲	+ ۵۳۲
	۳۲۱	۲۱۱
	۱۲۷	۳۱۴
	+ ۴۱۱	+ ۲۰۳

البته این جمع‌ها می‌تواند جمع‌های ستونی مانند:

را نیز شامل گردد و توسعه پیدا کند.

۸-۳-۲ جمع اعداد دو رقمی با یک رقمی

این جمع‌ها ممکن است به دو صورت باشند:

الف) دسته اول جمع‌هایی است که حاصل جمع آن‌ها در همان مرتبه ده‌تایی مربوط است.
مانند:

۲۳	۱۲
+ ۲	+ ۳
۲۷	۱۵

ب) دسته دوم جمع‌هایی که حاصل جمع آن‌ها در یک مرتبه ده‌تایی بالاتر قرار دارد مانند جمع‌های:

۲۶	۳۷
+ ۵	+ ۸
۳۱	۴۵

ابتدا دسته اول تدریس می‌شود و در تدریس آن معمولاً از جمع‌های اساسی استفاده می‌شود. معلم می‌تواند برای تدریس این قبیل جمع‌ها ابتدا آن‌ها را دسته‌بندی کند و سپس به تدریج هر دسته را تدریس نماید. البته در این جمع‌ها لازم است کودک علاوه بر تسلط بر جمع‌های اساسی ارتباط آن‌ها را با جمع‌های دهه‌های بالاتر و پایین‌تر نیز بداند. مثلاً جمع ۵+۵ ضمن اینکه به جمع اساسی ۲+۵ مربوط می‌شود با جمع‌های ۲۲+۵ و ۳۲+۵ و جمع ۲۲+۵ و نیز ارتباط پیدا می‌کند. به همین ترتیب نیز در مورد جمع‌های دسته دوم عمل

شکل‌گیری مفهوم عدد و درک کمی ۱۰۵

می‌شود مثلاً جمع ۹+۹ ضمن اینکه با جمع اساسی ۳+۹ مربوط می‌شود. با جمع‌های ۱۳+۹ و ۳۳+۹ و... نیز ارتباط پیدا می‌کند. این جمع‌ها در هر دهه مجموعاً شامل ۹۰ جمع می‌شود که ۲۵ جمع آن از نوع (الف) و ۶۵ جمع دیگر از نوع (ب) می‌باشد.
جمع‌های اعداد دورقمی یا یک‌رقمی نوع (الف) و (ب) بدون انتقال یاد داده می‌شود زیرا این جمع‌ها بعداً در جمع‌های ستونی چندرقمی یا چندرقمی، همچنین در ضرب و تقسیم‌های اعداد مورد استفاده دانش‌آموزان قرار خواهند گرفت. بنابراین دانش‌آموزان این جمع‌ها را به شرحی که گذشت در ارتباط با جمع‌های اساسی و جمع‌های دیگر در دهه‌های بالاتر یاد می‌گیرند و چون در مراحل تدریس آن مفهوم برای مطرح نیست بنابراین کمتر از تجربه عملی استفاده می‌شود.

تدریس جمع‌های چندرقمی یا چندرقمی با انتقال: قبل از تدریس این نوع جمع‌ها باید اطمینان حاصل کرد که دانش‌آموزان جمع‌های اساسی نوع اول و دوم، جمع‌های ستونی، جمع‌های دورقمی یا یک‌رقمی و همچنین ارزش مکانی ارقام را به خوبی یاد گرفته باشند. در این جمع که مشابه جمع‌های دورقمی با دو مکانی ارقام را به خوبی یاد گرفته باشند. در این جمع که مشابه جمع‌های دورقمی با دورقمی بدون انتقال است، بنا به فراراد ارزش مکانی ارقام، دانش‌آموزان در حاصل جمع هر دهه تا را یکی حساب می‌کنند و در مرتبه بعدی قرار می‌دهند و جمع می‌کنند. این فراراد را کودک باید در جمع‌های با انتقال به کار ببرد. بقیه کارهای مربوط به جمع را دانش‌آموزان قبلاً یاد گرفته‌اند و در اینجا به کار می‌برند.

برای اینکه کودکان جمع‌های با انتقال را یاد بگیرند می‌توان این جمع‌ها را به صورتی عرضه کرد که در هر مرحله از کار، دانش‌آموزان با تعداد معدودی از جمع‌ها که تقریباً آسانتر از مراحل بعدی است روبه‌رو شوند (عزتخواه، ۱۳۹۰).
۱. آسانترین جمع‌های با انتقال مربوط به جمع‌هایی است که انتقال در مرتبه یکی‌ها است مانند:

۱۳
+ ۹۲
۳۳
+ ۱۹

۲. جمع‌های با انتقال که عمل انتقال در مرتبه دهگان است مانند:

دهگان	یکان
۲	۳
۳	۹

دانش آموزان بعد از جمع کردن ۳ و ۹ بلافاصله ۲ و ۳ را جمع می کنند و حاصل جمع های به دست آمده را به ترتیب در ستون یکی ها و ده تایی ها می نویسند. برای جلوگیری از اینکار باید از دانش آموزان خواست که ابتدا یکی ها را جمع کنند. اگر دانش آموزان ۱۲ را در مرتبه یکی ها قرار دادند می توان توضیح داد که از دوازده یکی ده تا را یک بسته ده تایی در نظر می گیریم و آن را با ده تایی ها جمع می کنیم. بنابراین در ستون یکی ها ۲ می نویسیم و یک ده تایی را با ۲ و ۳ ده تایی جمع خواهیم کرد این نوع جمع را دانش آموزان قبلاً آموخته اند.

بعد از چندین بار جمع کردن جدول را حذف می کنیم و جمع را با اعداد انجام می دهیم:

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 39 \\ \hline 62 \end{array}$$

مراحل کار در جمع $23 + 39 = 62$ در زیر نشان داده شده است:

دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان
۲	۳	۲	۳	۲	۳
+۳	۹	+۳	۹	+۳	۹
	۱۲		۲ و (۱۰)	۶	۲
				۲	۳
				+۳	۹
					۶۲

۳ جمع سه عدد دورقمی که یکی انتقال داشته باشد مانند:
 $52 + 34 + 25 =$

۴ جمع اعداد چندرقمی با چندرقمی که عمل انتقال در یکان و دهگان آنها وجود دارد مانند:

$$\begin{array}{r} 328 \\ + 229 \\ \hline \end{array}$$

۵ جمع اعداد چندرقمی با چندرقمی که عمل انتقال در آنها بیش از دو بار صورت می گیرد مانند:

$$\begin{array}{r} 981 \\ + 798 \\ \hline \end{array}$$

۶ جمع اعداد چندرقمی با چندرقمی که مجموع هر مرتبه در آنها بیش از ۲۰ است مانند:

$$\begin{array}{r} 357 \\ 652 \\ + 78 \\ \hline \end{array}$$

۷ جمع اعداد چندرقمی با چندرقمی که همه موارد انتقال بالا را دارد. بهتر است در جمع های با انتقال ابتدا از جمع اعداد دورقمی با دورقمی آغاز کرد سپس به جمع اعداد چندرقمی با چندرقمی توسعه یابد.

۳-۳-۸ روش تدریس جمع های با انتقال

مثال: در کلاس سوم ابتدایی (الف) ۲۳ نفر دانش آموز و در کلاس سوم ابتدایی (ب) ۳۹ نفر دانش آموز وجود دارد. در کلاس سوم ابتدایی مجموعاً چند نفر درس می خوانند؟ از دانش آموزان خواست می شود جمع مذکور را مانند آنچه در جمع اعداد دورقمی با دورقمی یاد گرفته اند بنویسند.

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 39 \\ \hline \end{array}$$

پسند می شود جمع بالا را در جدول ارزش مکانی ارقام بنویسند و جمع کنند.

$$A = \{0000000\}$$

$$A1 = \{0000\}$$

$$A2 = \{00\}$$

زیر مجموعه A1 یا مجموعه B که معرف ۴ عدد یانام پری است تشاظر یک به

یک دارد

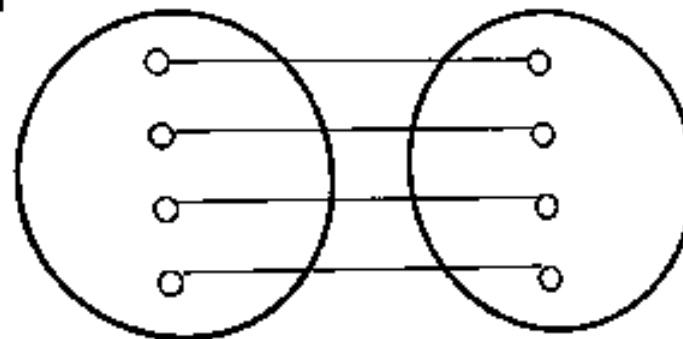
در پایان $A2 = \{00\}$ باقی می ماند.

در حقیقت این مفهوم به دو مفهوم ۱ و ۲ تبدیل می شود؛ به عبارت دیگر مفهوم

افراز و سپس مسئله کاهش مشاهده می شود.

A1

B



شکل ۳۰۱. تشاظر یک به یک دو مجموعه

لازم به توضیح است که این قبیل مسائل در دو مرحله انجام می شوند. مرحله اول را دانش آموزان قبل از اینکه به مدرسه بروند یاد می گیرند و مرحله دوم به صورت تفریق تدریس می گردد.

مفهوم پیدا کردن جمله دوم جمع (الزایشی) دانش آموز گاهی ناچار است با داشتن حاصل جمع یکی از دو جمله جمع را پیدا کند.

مثال: محسن ۴ تومان پول دارد می خواهد یک جلد دفتر ۹ تومانی بخرد. محسن به چند تومان نیاز دارد تا بتواند دفتر را بخرد؟

دانش آموز با آزمایش و خطا آن قدر به ۴ تومان پول اضافه می کند تا ۹ تومان شود و حد ز پانزده عدد ۵ که با ۴ برابر ۹ می شود مطمئن خواهد شد که پاسخ صحیح را یافته است.

$$۹ = \dots + ۴$$

مسیر تفکر کودک

مسئله می تواند برای دانش آموز به صورت دیگری مطرح شود. مانند: قیمت یک جلد دفتر ۹ تومان است، و محسن ۴ تومان از آن ۹ تومان را دارد. چند تومان دیگر باید داشته باشد که پول او به ۹ تومان برسد؟

$$۹ - ۴ = ۵$$

مسیر تفکر کودک

به طوری که ملاحظه می شود معلومات مسئله با مسیر تفکر کودک در یک جهت آمده است.

به مراحل تدریس تفریق

تفریق های اساسی: بر اساس دیدگاه فروزل^۱ و همکاران (۲۰۱۵) این تفریق ها دو نوع است: به اول آن هایی هستند که با جمع های اساسی نوع اول متناظرند. در این تفریق ها عدد اول تفریق حداکثر ۱۰ و جمله دوم و باقی مانده یک رقمی است. مانند:

$$۶ - ۳ = ۳$$

$$۱۰ - ۴ = ۶$$

تعداد این تفریق ها ۴۵ تا است که با جمع های نظیر خود تدریس می شوند.

دسته دوم آن هایی هستند که با جمع های اساسی نوع دوم متناظرند. در این تفریق ها جمله اول تفریق یکی از اعداد ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸ می باشد و جمله دوم تفریق و باقی مانده نیز یک رقمی هستند. مانند:

$$۱۸ - ۹ = ۹$$

$$۱۴ - ۸ = ۶$$

تعداد این تفریق ها ۳۶ تا است که با جمع های نظیر خود تدریس می شوند.

این تفریق ها همراه تجاربی که در قسمت جمع به آنها اشاره شد تدریس می شوند تجربه نمونه ای:

$$\text{هدیه: تدریس تفریق های } ۷ - ۲ = ۵ \text{ و } ۷ - ۳ = ۴$$

وسایل لازم برای هر دانش آموز:

۱- ۳ لوبیای سفید

۲- ۴ لوبیای قرمز

با راهنمایی معلم ۷ لوبیا (۳ سفید و ۴ قرمز) در اختیار هر دانش آموز قرار می گیرد و برای تدریس از مفهوم کاهش تفریق استفاده می شود. این تفریق ها را می توان به همراه جمع های اساسی تدریس کرد. ابتکار به رشد فکری و به عبارت دیگر به رشد ذهنی دانش آموز بستگی دارد به عنوان مثال برای افراد بزرگسال در کلاس های مبارزه با بیسوادی و همچنین در کلاس های دانش آموزان ابتدایی (پاهوش) جمع و تفریق های اساسی را باید تواناً تدریس کرد. در حالی که در کلاس های دانش آموزان عقب مانده ذهنی این دو مفهوم باید جداگانه تدریس کرد. در کلاس های معمولی بر اساس تفاوت های ذهنی کودکان می توان دانش آموزان را به دسته های تقسیم کرد و به تناسب توانایی های ذهنی آنان روش تدریس را تغییر داد.

از دانش آموزان خواسته می شود لوبیاها را در دست راست بگیرند و سپس سؤال می شود چند لوبیا دارند؟ آنگاه به آن ها گفته می شود تا لوبیاهای سفید را در دست چپ بگیرند و بگویند چند لوبیا در دست راست باقی مانده است؟ دانش آموزان با راهنمایی معلم عبارت زیر را می گویند: از هفت لوبیا ۳ لوبیای سفید برداشتیم، ماند ۴ لوبیا.

عبارت مذکور با راهنمایی معلم به صورت زیر گفته می شود:

معلم از دانش آموزان می خواهد، آنچه که می گویند، به همان ترتیب بنویسند.

$$(۴ لوبیا) - (۳ لوبیا) = \text{منهای (۷ لوبیا)}$$

در این مرحله علامت منهای (-) به دانش آموزان معرفی می شود، و عبارت بالا به صورت زیر درمی آید البته، موقع نوشتن، کلمه لوبیا با هر کلمه دیگری که همراه عدد است نوشته نخواهد شد.

$$۷-۳=۴$$

سایر تفریق های اساسی گفته شده به همین ترتیب تدریس می شوند و بعد از هر تدریس، برای تثبیت مفاهیم، می توان مسائلی ساده مطرح کرد و به تدریج مسائل را به مرحله ای رساند که کودکان تنها با به کار بردن اعداد مطلق عمل تفریق را انجام دهند. به علت اهمیتی که تفریق های اساسی دارند، لازم است همه این تفریق ها با استفاده از مفاهیم تفریق تدریس گردند و تمرین کافی نیز داده شود.

۶-۸ تدریس ستونی تفریق

معلم به دانش آموزان توصیه می کند که تفریق اساسی را به صورت ستونی بنویسد. به همین همان ترتیبی که می گویند و رابطه ریاضی را از بالا به پایین بنویسند. مثلاً $۷-۳=۴$ که در تجربه بالا گفته شد، به صورت زیر می نویسند:

۷

-۳

۴

اول کلمه ۷ و بعد ۳- گفته می شود و بالاخره می گویند باقی مانده ۴ قبل از نوشتن ۴ به دانش آموزان یاد داده می شود که با خط افقی (-) دو جمله تفریق را از باقی مانده جدا کنند.

۷-۸ تفریق های چندرقمی (بدون انتقال)

در آموزش این تفریق، دانش آموزان باید ارزش مکانی ارقام و تفریق های اساسی را خوب یاد گرفته باشند. تفریق های چند رقمی با استفاده از این مفاهیم تدریس می شود (سوف، ۲۰۱۴). اولین تفریق در قالب مسئله های آشنا و با استفاده از مفاهیمی که تدریس شده است ارائه می شود: مسئله: حسن ۶۸ ریال دارد با ۲۵ ریال آن یک خودکار خرید. چندریال از پول حسن باقی مانده است؟

معلم از دانش آموزان می خواهد که جدول عددنویسی یکان، دهگان را که قبلاً یاد گرفته اند رسم کنند. ابتدا عدد ۶۸ ریال را در آن بنویسند.

دهگان	یکان
۶	۸

و سپس ۲۵ ریال را در زیر آن بنویسند.

دهگان	یکان
۶	۸
-۲	۵

از دانش آموزان خواسته می شود ابتدا یکی ها و بعد ده تایی را از یکدیگر کسر کند و حاصل را بنویسد.

دهگان	یکان
۸	۸
-۲	۵
۶	۳

[۲۳]

اگر توجه کرده باشید در تدریس این نوع تفریق ها از وسایل استفاده نشد. زیرا دانش آموزان در تجارب قبلی (تفریق های اساسی و ارزش مکانی ارقام) با کمک وسایل کار را انجام داده اند. اگر دانش آموزی نتوانست تفریق را انجام دهد مسلماً دو مورد مذکور را خوب یاد نگرفته است و باید تمرین های عملی بیشتری به او داده شود. تنها مطلبی که در این تفریق ها تأکید می شود، این است که: یکی ها از یکی ها، ده تایی ها از ده تایی ها و... کسر خواهند شد. در تمرین بالا کوهکان به تدریج جدول را پاک می کنند و تفریق به صورت زیر در می آید.

$$\begin{array}{r} ۸۶ \\ -۲۵ \\ \hline ۶۱ \end{array}$$

تفریق های بدون انتقال از اعداد دورقمی شروع می شوند و به همان میزان نیز تفریق های سه، چهار و... چند رقمی داده می شود. تفریق های چند رقمی (با انتقال) براساس الگوی آینسی و هیندی (۲۰۱۴) تفریق های چندرقمی دارای مراحل زیر هستند:

مرحله اول: در این مرحله، دانش آموزان را آماده می کنیم تا انتقال را در اعداد، در جهت عکس انجام دهند.

۷ سکه ده ریالی و ۳ سکه یک ریالی به دانش آموزی می دهیم و از او سؤال می کنیم چندریال دارد؟ او خواهد گفت: ۷۳ ریال. سپس می پرسیم چند سکه ده ریالی داری؟ می گوید ۷ سکه ده ریالی و چند سکه یک ریالی داری؟ می گوید ۳ سکه یک ریالی. از دانش آموز می خواهیم آن را بنویسد. او خواهد نوشت: ۷۳

و او می خواهیم، که پاسخ خود را در جدول بکشد - دهگان بنویسد:

دهگان	یکان
۷	۳

سپس به او گفته می شود که یکی از سکه های ده ریالی را به یک ریالی خرد کند. طبیعتاً ۶ سکه ده ریالی و ۱۳ سکه یک ریالی خواهد داشت. دوباره از او خواسته می شود تا مطلب جدید را در جدول بنویسد. جدول به صورت زیر در خواهد آمد.

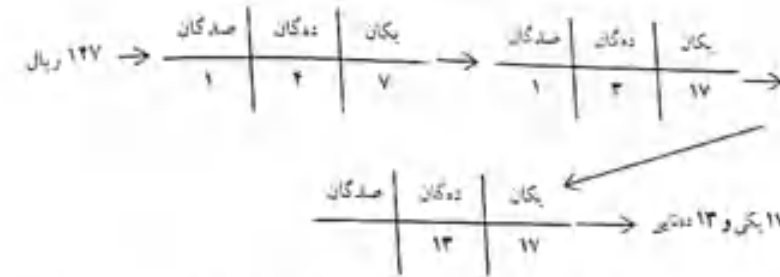
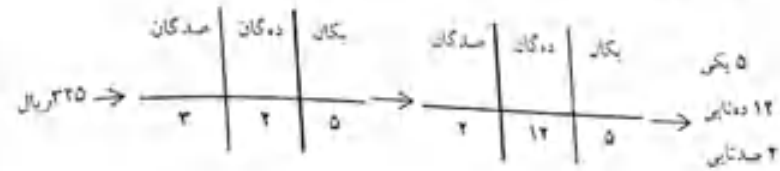
دهگان	یکان
۶	۱۳

به دانش آموزان فرصت داده می شود، با استفاده از پول، نی پلاستیکی یا میله های پلاستیکی تمرین کنند و هر لحظه بسته های ده تایی را که درست کرده اند بساز کنند و روی یکی ها بریزند.

دهگان	یکان	→	دهگان	یکان	→	۱۱ یکی و ۴ ده تایی
۵	۳		۴	۱۴		

دهگان	یکان	→	دهگان	یکان	→	۱۶ یکی و ۲ ده تایی
۳	۶		۲	۱۶		

نکته مهم این است که دانش آموزان توجه کنند که این تغییرات باعث کم و زیاد شدن کمیت نمی شود. این تمرینات از بسته های ده تایی شروع و به بسته های صد تایی ختم می شوند.



وقتی مطمئن شدید که کودکان این عمل را به درستی و با توجه به معنای آن انجام می دهند می توانید مرحله بعدی تدریس را آغاز کنید.

مرحله دوم: اولین مسئله ای که به دانش آموز داده می شود، دارای انتقال در مرتبه یکان خواهد بود. ولی مسئله باید طوری باشد که دانش آموز تفریق را انجام دهد. علی ۶۳ ریال دارد و یک مداد به قیمت ۲۵ ریال می خرد. چند ریال از پولش باقی مانده است؟

دانش آموزان می توانند با راهنمایی معلم به جای سکه های ده ریالی و یک ریالی از سکه های مقوی یا از پول کاغذی استفاده کنند. لازم است هر دانش آموز مسئله را شخصاً حل کند. او اول پول علی را به تعداد ۶ سکه ده ریالی و ۳ سکه یک ریالی درست می کند و به ترتیب در جدول ارزش مکانی ارقام که در روی میز خود درست کرده است قرار می دهد.

صدگان	یکان
۶	۳

با راهنمایی معلم می خواهیم یک مداد ۲۵ ریالی بخریم. بنابراین پول مداد را باید از ۶۳ ریال برداریم و پرداخت کنیم. همه اینکار را انجام دهد ولی توجه داشته باشید که اول باید از یک ریالی ها ۵ تا یک ریالی بردارید. دانش آموزان برای برداشتن ۵ ریال دچار مشکل می شوند زیرا در یکی ها ۳ ریال

بیشتر وجود ندارد. در اینجا، با توجه به آموزش های قبلی، دانش آموزان باید بگویند که یکی از ده ریالی ها را خرد می کنیم تا تعداد یکی ها بیشتر شود و بتوانیم از آن ده ریال برداریم.

صدگان	یکان
۵	۱۳

معلم به دانش آموزان فرصت این کار را می دهد. بعد از ساختن صورت:

صدگان	یکان
۵	۱۳

اول از ۱۳ ریال ۵ ریال بر می دارند و باقی می ماند ۸ ریال. سپس مرحله دوم کار را انجام می دهند یعنی از ۵ ده ریالی نیز ۲ ده ریالی بر می دارند تا ۲۵ ریال پول مداد را برداشت کنند و باقی می ماند ۳۸ ریال. مراحل کار دانش آموزان به شرح زیر خواهد بود.

یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان
۱۳	۵	۱۳	۵	۱۳	۵
۵	-۲	۵	-۲	۵	-۲
۶۳	ریال پول علی				
۲۵	ریال پول مداد				
۳۸	باقی پول علی		۸	۳	۸

به طوری که ملاحظه می شود، در پایان کار دانش آموزان بدون اینکه تغییری در جملات اول و دوم تفریق بدهد تفریق را به صورت ذهنی و با انتقال انجام می دهد. هدف تفریق نیز همین است.

معلم با استفاده از کتب ریاضی ابتدایی و همچنین مثال های متعددی که خود می نویسد کودکان را آموزش می دهد و در هر مرحله اگر با مشکلی روبه رو شود با استفاده از معلومات قبلی دانش آموزان آن را حل خواهد کرد. به عنوان مثال، در مرحله بعدی، انتقال در دهگان خواهد بود. مانند:

$$\begin{array}{r} 235 \\ - 122 \\ \hline 113 \\ + 111 \\ \hline 224 \\ - 127 \\ \hline 97 \end{array}$$

و سپس در مرتبه یکی ها و ده تایی:

و به تدریج عمل انتقال در صدگان، هزارگان و... صورت می گیرد. بدین ترتیب دانش آموزان با حل تمرینات گوناگون ورزیدگی لازم را پیدا می کنند.
نکته مهم: در تفریق با انتقال کودکان یاد می گیرند عمل انتقال را که در ساختن اعداد از راست به چپ انجام می دهند، از چپ به راست انجام دهند. این عمل به تدریج و با ایجاد فرصت و تجربه برای دانش آموز، آموخته می شود. بهتر است در هر صورت، دانش آموز خود با مشکل مواجه شود و آن را حل کند.

۸-۸ حالت های خاص در تفریق

تفریق صفر از یک عدد، تفریق یک عدد از صفر، تفریق صفر از صفر، تفریق یک عدد از خودش، اجماله حالت های خاص در تفریق محسوب می شوند که تدریس آنها ضروری است.

تفریق صفر: این نوع تفریق را در تفریق های اساسی تدریس نمی کنیم ولی در تفریق های بدون انتقال اعداد چندرقمی تدریس آنها لازم است. مانند: ۲۰-۳۵

در این تفریق مراحل کار دانش آموز مانند آنچه در تفریق های بدون انتقال گفته شد خواهد بود. تنها در مرتبه یکان، دانش آموز نمی تواند از ۵ یکی چیزی کم کند و راحل مسئله را نیز نمی داند؟ در این صورت، معلم او را راهنمایی می کند که از ۵ یکی چیزی کم نمی کنیم پس خود ۵ باقی می ماند. اگر صفر در دهگان یا صدگان و... باشد به همین ترتیب تدریس خواهد شد.

تفریق یک عدد از صفر: این تفریق نیز ابتدا در تفریق های با انتقال ظاهر می شود مانند: ۲۲۵-۲۵۰. در این تفریق نیز مراحل کار، مانند آنچه درباره تفریق های با انتقال گفته شد، به وسیله دانش آموز انجام خواهد شد؛ فقط زمانی که دانش آموز می خواهد یکی ها را کم کند، ملاحظه خواهد کرد که در جمله اول تفریق صفر وجود دارد. به عبارت دیگر، نمی تواند تفریق و عمل انتقال را انجام دهد. در مرتبه یکان، تا یکی وجود دارد که تفریق را ممکن می سازد.

	یکان	دهگان	صدگان	
۲۵۰	۰	۵	۲	→
۲۵۵	۵	۲	۲	

ملاحظه می شود که صفر جای ارقام خالی را می گیرد و به خودی خود فایده ارزشی است.
تفریق صفر از صفر: این نوع تفریق نیز در تفریق های بدون انتقال ظاهر می شود.

مانند ۳۰-۲۰
در این مرحله به دانش آموزان گفته می شود که در مرتبه یکان، چیزی را نمی توان از هم کم کرد پس چیزی هم باقی نمی ماند و در جای باقی مانده صفر قرار داده می شود.
تفریق یک عدد از خودش: این نوع تفریق را می توان همزمان با تدریس تفریق های اساسی آموزش داد. در تفریق ۰-۶=۶ اگر مجموعه ۶ تایی در اختیار هر دانش آموز قرار گیرد و آن مجموعه به یکباره برداشته شود دانش آموز ملاحظه می کند که چیزی باقی نخواهد ماند و چون قبلاً یاد گرفته است که اگر چیزی باقی نماند از علامت صفر باید استفاده کرد در اینجا نیز صفر را به کار می برد.

۹-۸ روش تدریس ضرب

مفهوم ضرب در سه طبقه زیر قرار می گیرد.

الف) مفهوم افزایی: یک مجموعه به زیرمجموعه هایی با عضوهای مساوی افزای می شوند. به عنوان مثال فرض کنید داخل یک سبد میوه ۳ عدد گلابی، ۳ عدد سیب، ۳ عدد موز و ۳ عدد انار. بنابراین ضرب آنها برابر است با:
 $3 \times 3 = 12$

ب) ضرب ۲ عدد با استفاده از مجموعه های هم توان (هم عدد) جدا از هم. به عنوان مثال فرض کنید ۲ گلدان داشته باشیم و در هر گلدان ۳ شاخه گل باشد در این صورت تعداد شاخه گل ها برابر است با:
 $2 \times 3 = 6$

ج) مفهوم تکرار در جمع: به عنوان نمونه فرض کنید ۵ دسته ۲ تایی داشته باشیم در این صورت:

$$2+2+2+2+2=5 \times 2$$

د) مفهوم ضرب دکارتی: از اهمیت خاصی برخوردار است زیرا مفاهیمی مانند رابطه و تابع براساس آن بنا نهاده شده است. به عنوان نمونه اگر A, B مجموعه های به صورت زیر باشند.

۱-۹-۸ ضرب مجموعه‌ها

دو مجموعه $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{m, n, f\}$ را داریم حاصل ضرب آنها برابر است با

$$A \times B = \{(a, m), (bm), (cm), (an), (bn), (cn), (af), (bf), (cf)\}$$

عدد اصلی مجموعه A و B برابر ۳ است و عدد اصلی حاصل ضرب آنها نیز برابر ۹ می‌باشد به همین ترتیب، اگر دو مجموعه داشته باشیم که عدد اصلی اولی برابر ۵ و دومی برابر ۴ باشد عدد اصلی حاصل ضرب آنها برابر $5 \times 4 = 20$ خواهد بود. عبارات دیگری، اگر عددهای اصلی مجموعه‌های A و B را به ترتیب m و n بنامیم عدد اصلی حاصل ضرب دو مجموعه A و B عددی است برابر p ($m \times n = p$)

ضرب دو عدد با استفاده از مجموعه‌های جدا از هم؛ اگر چهار مجموعه A, B, C و D داشته باشیم که هر کدام دارای دو عضو باشند، اجتماع آنها به شکل زیر خواهد بود:

$$A = \{1, 2\} \quad B = \{3, 4\} \quad C = \{5, 6\} \quad D = \{7, 8\}$$

$$A \cup B \cup C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

به عبارات دیگر، عدد اصلی اجتماع چهار مجموعه ۲ عضوی برابر با ۸ یا (4×2) عضو دارد بر طبق این مفهوم، ضرب خلاصه شده عمل جمع است و از آن در تدریس ضرب‌های اساسی استفاده می‌شود (عزتخواه، ۱۳۹۰).

مفهوم افزایی ضرب: مجموعه‌ای ۱۲ عضوی در اختیار دانش آموز قرار می‌گیرد که عدد اصلی آن نیز ۱۲ است

$$A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l\}$$

از دانش آموز خواسته می‌شود، مجموعه A را به زیر مجموعه‌های دو تایی افراز کند. مثلاً:

$$A_1 = \{a, b\}, A_2 = \{c, d\}, A_3 = \{e, f\}, A_4 = \{g, h\}, A_5 = \{i, j\}, A_6 = \{k, l\}$$

$$A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6$$

$$12 = 4 \times 3$$

$$12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

به‌طور کلی، دو مفهوم کلی که در تدریس ضرب مورد استفاده قرار می‌گیرند هر یک عکس دیگری است. در مفهوم ضرب با استفاده از مجموعه‌های هم‌عدد جدا از

دانش آموز مجموعه بزرگ‌تری می‌سازد و عمل ضرب را نتیجه می‌گیرد. در حالیکه در مفهوم افزایی ضرب، دانش آموز مجموعه بزرگ‌تری را در اختیار دارد و اندک به اندک مجموعه‌های هم‌عدد جدا از هم افراز می‌کند.

تقسیم جمع در ضرب: با آموزش دو مفهوم مذکور در بندهای ۲ و ۳، دانش آموزان به این نتیجه می‌رسند که ضرب با جمع رابطه دارد و برای آسان‌کردن عمل جمع از روش دیگری به نام ضرب استفاده می‌کنیم. این ارتباط بهتر است در قالب مثال‌هایی ساده قابل لمس و معنی برای دانش‌آموزان تدریس شود.

مثال: در هر نیمکت ۳ نفر دانش‌آموز نشسته است در ردیف اول کلاس ۵ نیمکت چیده شده است. در این ۵ نیمکت، چند نفر دانش‌آموز نشسته است.

این مسئله را دانش‌آموزان از نزدیک در کلاس می‌بینند و باید بتوانند محاسبه آن را انجام دهند. دانش‌آموزان تا زمانی که ضرب را یاد نگرفته‌اند به صورت زیر عمل می‌کنند:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 \text{ نفر}$$

و وقتی ضرب را آموختند به جای محاسبه بالا از رابطه $5 \times 3 = 15$ استفاده می‌کنند مهم این است که دانش‌آموزان ارتباط بین دو رابطه فوق‌الذکر را درک کنند و بدانند که هر دو رابطه یک موضوع را نشان می‌دهد.

خواص ضرب: عمل ضرب در بین اعداد اصلی مجموعه‌ها دارای خواصی است که در مراحل آموزشی اعمال ضرب از این خواص استفاده می‌شود. سایر این هر یک از خواص زیر به کودک یاد داده می‌شوند.

خاصیت تعویض پذیری: این خاصیت را در برخی از کتاب‌ها به‌عنوان خاصیت تعویض پذیری نیز نوشته‌اند. یعنی اگر اعداد a و b را در نظر بگیریم:

$$a \times b = b \times a$$

این خاصیت در تدریس ضرب‌های اساسی گفته می‌شود.

خاصیت شرکت پذیری: در پایان تدریس ضرب‌های اساسی دانش‌آموزان با ضرب سه‌عدد مواجه می‌شوند، مانند $2 \times 3 \times 4$. برای حل این مسئله، دانش‌آموز دوروش در پیش رو دارد:

$$2 \times (3 \times 4)$$

$$2 \times (3 \times 4)$$

مهم این است که دانش آموز در هر دوروش پیش بینی شده، به یک نتیجه می رسد. این مورد نیز بعد از ضرب های اساسی تدریس خواهد شد و در انجام آن، از ضرب های اساسی و ضرب های اعداد دورقمی در یک رقمی بیشتر استفاده می شود. تدریس موارد مذکور قبل از تدریس خاصیت شرکت پذیری ضروری است (عزتخواه، ۱۳۹۰).

خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع: وقتی عدد ۲۵ را چهار برابر می کنیم، اول ۵ را و سپس ۲۰ را چهار برابر می کنیم. آنگاه حاصل 4×5 و 4×20 را باهم جمع می کنیم. نا حاصل ضرب $4 \times 25 = 100$ به دست آید. بنابراین برای آموزش این مورد، بعد از تدریس ضرب های اساسی، با استفاده از آنها، ضرب هایی را به صورت زیر تدریس می کنیم.

$$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$1. 3 \times (2 \times 4) = (3 \times 2) + (3 \times 4) = 18$$

$$2. 3 \times 6 = 18$$

باید به دانش آموز فرصت داد تا به هر دو صورت عمل کند، و بداند که نتیجه یکی است.

تدریس ضرب های اساسی: ضرب های اساسی به ضرب هایی گفته می شود که دو جمله ضرب یک رقمی است مانند: 7×4 . تعداد ضرب های اساسی ۸۱ ضرب است. (ضرب اعداد یک رقمی در صفر به حساب نیامده است.) برای تدریس این ضرب ها از مفهوم ضرب دو عدد با کمک مجموعه های هم عدد جدا از هم استفاده می شود (مگا و همکاران، ۲۰۱۴).

مثال: هر صدلی ۴ پایه دارد. دو تا صدلی چند پایه دارد؟

برای حل این مسئله دانش آموزان (قبل از تدریس ضرب) یک جمع انجام می دهند $4+4=8$. در اینجا، معلم کودکان را راهنمایی می کند که می توانند به جای $(4+4)$ بگویند: «دو تا چهار می شود هشت». سپس این جمله را بعد از معرفی علامت ضرب (x) به صورت زیر می گویند:

دو ضربدر چهار مساوی است با هشت

معلم از دانش آموزان می خواهد که گفته خود را بنویسند، مانند:

$$2 \times 4 = 8$$

نکته مهم: توجه فرمایید، که مفهوم رابطه ضرب را دانش آموزان ابتدا با راهنمایی معلم کشف می کنند؛ علائم و قراردادهای معلم یادآوری می کند و سپس آنها رابطه کشف شده را به فارسی می گویند، به صورت ریاضی می خوانند و می نویسند.

برای تدریس ضرب‌های اساسی راه‌های مختلفی وجود دارد. در اینجا با استفاده از مفهیم ضرب به ذکر دوروش عملی اکتفا می‌شود. البته گاهی لازم است ضرب و تقسیم‌های اساسی توأمأ تدریس گردد. بنابراین تدریس ضرب تنها به این معنی نیست، که از موضوع مذکور صرف‌نظر شده است. برعکس بعد از آموزش هریک از روش‌ها، تکریر آن‌ها در مواقع لزوم یادآوری خواهد شد. معلمان مدارس ابتدایی، اغلب از جدول ضرب برای تدریس ضرب‌های اساسی استفاده می‌کنند و دانش‌آموزان بدون اینکه معنی روابط ریاضی را درک کنند صرفاً آن‌ها را حفظ کرده و بازگو می‌کنند. برای احتراز از این عمل می‌توان با استفاده از مفهوم ضرب دو عدد با استفاده از مجموعه‌های هم‌عدد جلا از هم نسبت به تدریس ضرب‌های اساسی و در نهایت ساختن جدول ضرب معمولی اقدام کرد (سولسبرگ و همکاران، ۲۰۱۶).

تجربه ساختن جدول ضرب: براساس رویکرد تاکویناچی و آیدین (۲۰۱۳) وسایل لازم مربع‌هایی به ابعاد 2×2 سانتی‌متر است، که می‌توان آن‌ها را روی کاغذ (چهارخانه) شطرنجی در نظر گرفت و به تعداد لازم با قیچی برید. چسب مایع برای چسباندن مربع‌ها روی صفحات کاغذی نیز مورد نیاز خواهد بود.

روش کار به این ترتیب است که دانش‌آموزان اول یک چهارخانه برمی‌دارند و روی کاغذ می‌چسباند سپس از آن‌ها می‌پرسیم چند چهارخانه دارید؟ می‌گویند: یکی. بعد یکی دیگر در زیر آن قرار می‌گیرد. می‌پرسیم حالا چندتا یکی دارید، می‌گویند: دوتا یکی. کار به این صورت تا ۹ تا یکی ادامه می‌یابد و شکل ۴-۱ درست می‌شود. به دانش‌آموزان می‌گوییم که حاصل ضرب را در آخرین خانه بنویس.

در مرحله بعدی هر دفعه دو چهارخانه پهلوئی هم برداشته می‌شود و ساختن دومین شکل انجام می‌شود و اینکار در مورد ساختن شکل‌های بعدی نیز ادامه پیدا می‌کند تا با این ترتیب ۸۱ ضرب اساسی به وسیله دانش‌آموز ساخته شود. البته شکل‌های ۹ گانه به دست آمده را روی جمله اول به هم می‌چسباند. حاصل کار، جدول ضرب با ۸۱ ضرب اساسی خواهد بود.

باید در نظر داشت که تعداد چهارخانه‌ها به صورت افقی شمرده و اعداد روی آن‌ها نوشته می‌شوند و عدد خانه آخر از سمت راست نشان‌دهنده تعداد انتخاب شده در هر بار می‌باشد. اگر یک بار برداشته شود مثلاً ۵ خانه را که دفعه اول بر می‌داریم:

۱	۲	۳	۴	۵
---	---	---	---	---

بدین صورت خواهد بود و ضرب اساسی مربوطه $1 \times 5 = 5$ است. در دفعه دوم

به این صورت:

۱	۲	۳	۴	۵
				۱۰

خواهد بود و ضرب اساسی مربوط نیز $2 \times 5 = 10$ است.

حمله دوم ضرب	حمله دوم ضرب	حمله دوم ضرب	حمله دوم ضرب	حمله دوم ضرب																																																																																																																																															
<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td></tr> <tr><td>۲</td><td></td><td></td><td></td><td>۱۰</td></tr> <tr><td>۳</td><td></td><td></td><td></td><td>۱۵</td></tr> <tr><td>۴</td><td></td><td></td><td></td><td>۲۰</td></tr> <tr><td>۵</td><td></td><td></td><td></td><td>۲۵</td></tr> <tr><td>۶</td><td></td><td></td><td></td><td>۳۰</td></tr> <tr><td>۷</td><td></td><td></td><td></td><td>۳۵</td></tr> <tr><td>۸</td><td></td><td></td><td></td><td>۴۰</td></tr> <tr><td>۹</td><td></td><td></td><td></td><td>۴۵</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۴	۵	۲				۱۰	۳				۱۵	۴				۲۰	۵				۲۵	۶				۳۰	۷				۳۵	۸				۴۰	۹				۴۵	<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۲</td><td></td><td></td><td>۸</td></tr> <tr><td>۳</td><td></td><td></td><td>۱۲</td></tr> <tr><td>۴</td><td></td><td></td><td>۱۶</td></tr> <tr><td>۵</td><td></td><td></td><td>۲۰</td></tr> <tr><td>۶</td><td></td><td></td><td>۲۴</td></tr> <tr><td>۷</td><td></td><td></td><td>۲۸</td></tr> <tr><td>۸</td><td></td><td></td><td>۳۲</td></tr> <tr><td>۹</td><td></td><td></td><td>۳۶</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۴	۲			۸	۳			۱۲	۴			۱۶	۵			۲۰	۶			۲۴	۷			۲۸	۸			۳۲	۹			۳۶	<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td></td><td>۶</td></tr> <tr><td>۳</td><td></td><td>۹</td></tr> <tr><td>۴</td><td></td><td>۱۲</td></tr> <tr><td>۵</td><td></td><td>۱۵</td></tr> <tr><td>۶</td><td></td><td>۱۸</td></tr> <tr><td>۷</td><td></td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>۸</td><td></td><td>۲۴</td></tr> <tr><td>۹</td><td></td><td>۲۷</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۲		۶	۳		۹	۴		۱۲	۵		۱۵	۶		۱۸	۷		۲۱	۸		۲۴	۹		۲۷	<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td></td><td>۴</td></tr> <tr><td>۳</td><td></td><td>۶</td></tr> <tr><td>۴</td><td></td><td>۸</td></tr> <tr><td>۵</td><td></td><td>۱۰</td></tr> <tr><td>۶</td><td></td><td>۱۲</td></tr> <tr><td>۷</td><td></td><td>۱۴</td></tr> <tr><td>۸</td><td></td><td>۱۶</td></tr> <tr><td>۹</td><td></td><td>۱۸</td></tr> </table>	۱	۲	۲		۴	۳		۶	۴		۸	۵		۱۰	۶		۱۲	۷		۱۴	۸		۱۶	۹		۱۸	<table border="1"> <tr><td>۱</td></tr> <tr><td>۲</td></tr> <tr><td>۳</td></tr> <tr><td>۴</td></tr> <tr><td>۵</td></tr> <tr><td>۶</td></tr> <tr><td>۷</td></tr> <tr><td>۸</td></tr> <tr><td>۹</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱	۲	۳	۴	۵																																																																																																																																															
۲				۱۰																																																																																																																																															
۳				۱۵																																																																																																																																															
۴				۲۰																																																																																																																																															
۵				۲۵																																																																																																																																															
۶				۳۰																																																																																																																																															
۷				۳۵																																																																																																																																															
۸				۴۰																																																																																																																																															
۹				۴۵																																																																																																																																															
۱	۲	۳	۴																																																																																																																																																
۲			۸																																																																																																																																																
۳			۱۲																																																																																																																																																
۴			۱۶																																																																																																																																																
۵			۲۰																																																																																																																																																
۶			۲۴																																																																																																																																																
۷			۲۸																																																																																																																																																
۸			۳۲																																																																																																																																																
۹			۳۶																																																																																																																																																
۱	۲	۳																																																																																																																																																	
۲		۶																																																																																																																																																	
۳		۹																																																																																																																																																	
۴		۱۲																																																																																																																																																	
۵		۱۵																																																																																																																																																	
۶		۱۸																																																																																																																																																	
۷		۲۱																																																																																																																																																	
۸		۲۴																																																																																																																																																	
۹		۲۷																																																																																																																																																	
۱	۲																																																																																																																																																		
۲		۴																																																																																																																																																	
۳		۶																																																																																																																																																	
۴		۸																																																																																																																																																	
۵		۱۰																																																																																																																																																	
۶		۱۲																																																																																																																																																	
۷		۱۴																																																																																																																																																	
۸		۱۶																																																																																																																																																	
۹		۱۸																																																																																																																																																	
۱																																																																																																																																																			
۲																																																																																																																																																			
۳																																																																																																																																																			
۴																																																																																																																																																			
۵																																																																																																																																																			
۶																																																																																																																																																			
۷																																																																																																																																																			
۸																																																																																																																																																			
۹																																																																																																																																																			

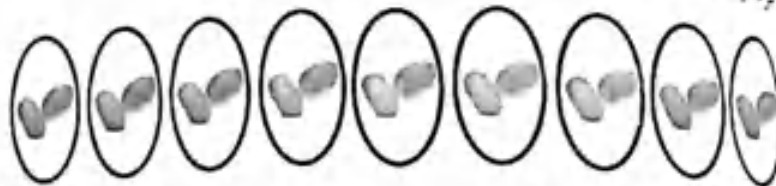
شکل ۵-۲

شکل ۶-۲

شکل ۳-۲

شکل ۲-۲

شکل ۱-۲



شکل ۱-۲. دسته‌های دوتایی

پس از دانش‌آموزان سؤال می‌شود چند تا دوتایی درست شده است و اینکه ۱۸ لوبیا به چند دسته دوتایی تقسیم شد.

بعد از کشف رابطه مذکور به وسیله دانش‌آموزان، معلم راهنمایی می‌کند تا دانش‌آموزان عبارت فارسی مذکور را به صورت ریاضی درآورند و بگویند «نه ضربدر نوسازی است با هجده».

از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا آنچه که گفته شد با عدد از چپ به راست بنویسند.

$$9 \times 2 = 18$$

البته لازم به یادآوری است که در اولین ضرب اساسی که آموخته می‌شود، نحوه نوشتن ضرب به صورت افقی به کمک علامت ضربدر (x) به دانش‌آموزان گفته می‌شود. در مرحله بعد، از دانش‌آموزان خواسته می‌شود از ۱۸ لوبیا دسته‌های ۳ تایی و سپس دسته‌های ۴ تایی، ۵ تایی، ۶ تایی، ۷ تایی، ۸ تایی و ۹ تایی درست کنند. صورت‌های زیر حاصل می‌شود:

حمله دوم ضرب	حمله دوم ضرب	حمله دوم ضرب																																																																																																																																																																																													
<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td><td>۷</td><td>۸</td></tr> <tr><td>۲</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۱۶</td></tr> <tr><td>۳</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۲۴</td></tr> <tr><td>۴</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۳۲</td></tr> <tr><td>۵</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۴۰</td></tr> <tr><td>۶</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۴۸</td></tr> <tr><td>۷</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۵۶</td></tr> <tr><td>۸</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۶۴</td></tr> <tr><td>۹</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۷۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۲							۱۶	۳							۲۴	۴							۳۲	۵							۴۰	۶							۴۸	۷							۵۶	۸							۶۴	۹							۷۲	<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td><td>۷</td></tr> <tr><td>۲</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۱۴</td></tr> <tr><td>۳</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>۴</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۲۸</td></tr> <tr><td>۵</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۳۵</td></tr> <tr><td>۶</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۴۲</td></tr> <tr><td>۷</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۴۹</td></tr> <tr><td>۸</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۵۶</td></tr> <tr><td>۹</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۶۳</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۲						۱۴	۳						۲۱	۴						۲۸	۵						۳۵	۶						۴۲	۷						۴۹	۸						۵۶	۹						۶۳	<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td></tr> <tr><td>۲</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۱۲</td></tr> <tr><td>۳</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۱۸</td></tr> <tr><td>۴</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۲۴</td></tr> <tr><td>۵</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۳۰</td></tr> <tr><td>۶</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۳۶</td></tr> <tr><td>۷</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۴۲</td></tr> <tr><td>۸</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۴۸</td></tr> <tr><td>۹</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۵۴</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۲					۱۲	۳					۱۸	۴					۲۴	۵					۳۰	۶					۳۶	۷					۴۲	۸					۴۸	۹					۵۴
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸																																																																																																																																																																																								
۲							۱۶																																																																																																																																																																																								
۳							۲۴																																																																																																																																																																																								
۴							۳۲																																																																																																																																																																																								
۵							۴۰																																																																																																																																																																																								
۶							۴۸																																																																																																																																																																																								
۷							۵۶																																																																																																																																																																																								
۸							۶۴																																																																																																																																																																																								
۹							۷۲																																																																																																																																																																																								
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷																																																																																																																																																																																									
۲						۱۴																																																																																																																																																																																									
۳						۲۱																																																																																																																																																																																									
۴						۲۸																																																																																																																																																																																									
۵						۳۵																																																																																																																																																																																									
۶						۴۲																																																																																																																																																																																									
۷						۴۹																																																																																																																																																																																									
۸						۵۶																																																																																																																																																																																									
۹						۶۳																																																																																																																																																																																									
۱	۲	۳	۴	۵	۶																																																																																																																																																																																										
۲					۱۲																																																																																																																																																																																										
۳					۱۸																																																																																																																																																																																										
۴					۲۴																																																																																																																																																																																										
۵					۳۰																																																																																																																																																																																										
۶					۳۶																																																																																																																																																																																										
۷					۴۲																																																																																																																																																																																										
۸					۴۸																																																																																																																																																																																										
۹					۵۴																																																																																																																																																																																										

شکل ۸-۲

شکل ۷-۲

شکل ۶-۲

حمله دوم ضرب	حمله دوم ضرب																																																																																																																																																																		
<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td><td>۷</td><td>۸</td><td>۹</td></tr> <tr><td>۲</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۱۸</td></tr> <tr><td>۳</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۲۷</td></tr> <tr><td>۴</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۳۶</td></tr> <tr><td>۵</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۴۵</td></tr> <tr><td>۶</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۵۴</td></tr> <tr><td>۷</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۶۳</td></tr> <tr><td>۸</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۷۲</td></tr> <tr><td>۹</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۸۱</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۲								۱۸	۳								۲۷	۴								۳۶	۵								۴۵	۶								۵۴	۷								۶۳	۸								۷۲	۹								۸۱	<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td><td>۷</td><td>۸</td><td>۹</td></tr> <tr><td>۲</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۱۸</td></tr> <tr><td>۳</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۲۷</td></tr> <tr><td>۴</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۳۶</td></tr> <tr><td>۵</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۴۵</td></tr> <tr><td>۶</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۵۴</td></tr> <tr><td>۷</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۶۳</td></tr> <tr><td>۸</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۷۲</td></tr> <tr><td>۹</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>۸۱</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۲								۱۸	۳								۲۷	۴								۳۶	۵								۴۵	۶								۵۴	۷								۶۳	۸								۷۲	۹								۸۱
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹																																																																																																																																																											
۲								۱۸																																																																																																																																																											
۳								۲۷																																																																																																																																																											
۴								۳۶																																																																																																																																																											
۵								۴۵																																																																																																																																																											
۶								۵۴																																																																																																																																																											
۷								۶۳																																																																																																																																																											
۸								۷۲																																																																																																																																																											
۹								۸۱																																																																																																																																																											
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹																																																																																																																																																											
۲								۱۸																																																																																																																																																											
۳								۲۷																																																																																																																																																											
۴								۳۶																																																																																																																																																											
۵								۴۵																																																																																																																																																											
۶								۵۴																																																																																																																																																											
۷								۶۳																																																																																																																																																											
۸								۷۲																																																																																																																																																											
۹								۸۱																																																																																																																																																											

شکل ۱۰-۲

شکل ۹-۲

نتیجه این تجربه به صورت زیر خواهد بود:

۱. در یک مجموعه ۱۸ تایی ۹ گروه ۲ تایی وجود دارد. $9 \times 2 = 18$
۲. در یک مجموعه ۱۸ تایی ۶ گروه ۳ تایی وجود دارد. $6 \times 3 = 18$
۳. در یک مجموعه ۱۸ تایی ۳ گروه ۶ تایی وجود دارد. $3 \times 6 = 18$
۴. در یک مجموعه ۱۸ تایی ۲ گروه ۹ تایی وجود دارد. $2 \times 9 = 18$

۵. با مجموعه ۱۸ تایی، گروه‌های مساوی ۴، ۵، ۷ و ۸ تایی نمی‌توان درست کرد. البته دانش‌آموزان در این تجربه علاوه بر مطالب بالا، چهار تقسیم اساسی و همچنین چهار تقسیم با باقی‌مانده را یاد می‌گیرند. در این روش تدریس تفکیک ضرب‌های اساسی از تقسیم‌های اساسی امکان‌پذیر نیست و بهتر است ضرب و تقسیم‌های اساسی باهم تدریس شوند.

در هر تجربه‌ای دانش‌آموزان نیاز به تکرار دارند تا کاملاً بر مفهوم ریاضی تسلط پیدا کنند. تبحر در خواندن و نوشتن روابط ریاضی ضرب نیز احتیاج به تمرین و ممارست دارد و بدون تجربه عملی تمرین در خواندن و نوشتن روابط ریاضی ضرب بی‌فایده خواهد بود.

ممکن است استفاده از این تجارب در تدریس ضرب‌های اساسی، زمان بیشتری به خود اختصاص دهد ولی یادگیری را با تفکر توأم می‌سازد و زمینه‌ساز به‌کارگیری روابط ریاضی خواهد بود.

ستونی نوشتن ضرب: در تدریس ضرب‌های اساسی و خواص آن معمولاً رابطه ریاضی به صورت سطری آموزش داده می‌شود ولی در پایان لازم است نوشتن ضرب به صورت ستونی نیز گفته شود (بارودی و آرتور، ۱۹۹۸). به‌طوری که در تدریس ضرب‌های اساسی مشاهده کردید در ضرب $3 \times 8 = 24$ ، عدد ۳ تعداد دسته‌ها و عدد ۸ تعداد اشیا هر دسته و ۲۴ حاصل ضرب می‌باشد. می‌توان رابطه ضرب را به صورت ستونی نیز نوشت. مانند:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 8 \\ \hline 24 \end{array}$$

تنها مشکل کار این است، که در این حالت دانش‌آموزان از بالا به پایین ضرب را انجام می‌دهند. البته در ضرب‌های اساسی انجام این عمل لشکالی ندارد ولی به‌منظور تصحیح کار دانش‌آموز و ضرب پایین به بالا باید از خاصیت جابه‌جایی ضرب استفاده کرد. به‌عبارت دیگر، دانش‌آموزان به‌جای گفتن «سه هشت تاه خواهد گفت: هشت سه تاه».

تدریس ضرب عدد چندرقمی در عدد یک‌رقمی به‌کمک ارزش مکانی ارقام و ضرب‌های اساسی: این ضرب‌ها دو نوع‌اند. ضرب‌های با انتقال و ضرب‌های بدون انتقال.

الف) تدریس ضرب عدد چندرقمی در یک‌رقمی بدون انتقال پیشنهاد می‌شود. موضوع با طرح مسئله مناسبی برای کودکان آغاز شود تا انگیزه لازم در آن‌ها به‌وجود آید. بهتر است ضرب اول آسان‌تر و ساده‌تر باشد. تا دانش‌آموزان بدون مشکل روش کار را یاد بگیرند. اگر قرار است ضرب 4×21 را انجام دهیم، از دانش‌آموزان می‌خواهیم عدد ۲۱ را در جدول یکان-دهگان قرار دهند. بعد از ساختن عدد ۲۱ از دانش‌آموزان خواسته می‌شود مریک از ارقام را از راست به چپ چهاربرابر کنند. البته چهاربرابر ارقام مذکور، همان ضرب‌های اساسی است که قبلاً یاد گرفته‌اند. مراحل کار به‌شرح زیر خواهد بود.

۲	۱	→	۲۱
×	۴		×۴
۸	۴		۸۴

به‌تدریج بعد از عددهای دورقمی از اعداد سه‌رقمی و بالاتر استفاده می‌شود. بعد از تمرینات عملی و مجرد ضرب‌هایی گفته می‌شود که ضرب عدد یک‌رقمی در آخرین رقم سمت چپ عدد چندرقمی، دورقمی می‌باشد.

۸	۴	→	۸۴
×	۲		×۲
۱۶	۸		۱۶۸
۱	۶		۸

ب) ضرب عدد چندرقمی در یک‌رقمی با انتقال روش تدریس این ضرب‌ها مانند ضرب‌های چندرقمی در یک‌رقمی بدون انتقال است. با برنامه‌ریزی معلم، عمل انتقال ابتدا در یکی‌ها سپس در ده‌تایی‌ها و بعد در صدتایی‌ها و... صورت می‌گیرد.

متمناً به تدریج عمل انتقال در ضرب یکی‌ها و ده‌تایی‌ها توأمان انجام می‌شود. به عبارت دیگر رفته رفته دانش آموز به ضرب‌های مشکل و پیچیده می‌رسد و آن‌ها را حل می‌کند (دیویاک و کوکچ، ۲۰۰۸).

فرض کنیم، می‌خواهیم ضرب 3×26 را انجام دهیم. وسایل کار همان جدول قرارداد ارزش مکانی ارقام است که در قسمت الف از آن استفاده شد.

	یکان	۱		۶
ده‌گان	۲	۲۰		۱۲
	۳	۳۰	→	۱۸
		۷۸	→	۷۸
	۸			۲۴
	۷			۷۸

مراحل فعالیت دانش آموز به صورت زیر است:

۱. ضرب‌های 3×6 و به دست آوردن ۱۸ (که یک ضرب اساسی است و قبلاً یاد گرفته‌اند)
 ۲. نگهداری ۸ یکی در مرتبه یکان
 ۳. تبدیل ده تا یکی به یک ده‌تایی و انتقال آن به مرتبه ده‌گان
 ۴. ضرب 3×2 و به دست آوردن ۶ ده‌تایی
 ۵. افزایش یک ده‌تایی انتقالی با ۶ ده‌تایی و به دست آوردن ۷ ده‌گان
 ۶. انجام اعمال پنج‌گانه بالا در جدول ارزش مکانی ارقام
 ۷. انجام ضرب مذکور بدون جدول و تنها با نوشتن یک ده‌گان انتقالی در بالای ده‌تایی‌ها برابر شکل صفحه قبل.
 ۸. انجام ضرب به صورت $78 = 3 \times 26$ در این ضرب عمل انتقال به صورت ذهنی صورت گرفته است. در هر مرحله از کار تمرین‌هایی لازم است و در پایان مراحل نیز تشریحات کلی داده می‌شود.
- تدریس ضرب عدد چندرقمی در یک‌رقمی با استفاده از خواص ضرب: در این روش نیز اول ضرب‌های بدون انتقال. بعد ضرب‌های با انتقال تدریس می‌شوند. دانش آموزان باید ضرب‌های اساسی و خواص ضرب و به ویژه خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع را خوب یاد گرفته باشند.

مثال: قیمت یک عدد مداد قرمز ۲۲ ریال است. اگر دو عدد مداد بخیریم، چند ریال باید پرداخت کنیم؟

دانش آموزان برای حل مسئله مذکور ناچارند. ضرب 22×2 را انجام دهند و بلا باید آمادگی لازم برای اینکار را پیدا کرده باشند.

ایجاد آمادگی: ضرب 22×2 را می‌توان به شرح زیر نوشت:

$$2 \times 22 = 2 \times (20 + 2)$$

خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع $(2 \times 20) + (2 \times 2) =$

$$= (2 \times 2) + (2 \times 20)$$

به طوری که در سطر آخر ملاحظه می‌شود ضرب‌ها و جمعی را که دانش آموز باید انجام دهد (به استثنای ضرب عدد یک‌رقمی در ده) قبلاً یاد گرفته است. تنها ضرب عدد یک‌رقمی در ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... باید تدریس شود. ضرب مذکور به کمک قرارداد ارزش مکانی ارقام، به شرطی که در بند ۵-۸ گذشت، تدریس می‌شود و دانش آموز به می‌گیرد که برای ضرب هر عدد یک‌رقمی در ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... کافی است یک، ده، صد و... چند صفر در جلو عدد یک‌رقمی قرار دهد (تیلور، ۲۰۰۷).

بعد از این آمادگی تدریس ضرب 22×2 در سه مرحله، با راهنمایی معلم و توسط دانش آموزان انجام می‌گیرد.

مرحله اول: تدریس ضرب عدد یک رقمی در ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... مانند:

$$2 \times 10 = 20$$

مرحله دوم: تدریس ضرب عدد یک رقمی در مضارب ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و...

مانند:

$$2 \times 20 = 40$$

مرحله سوم: تدریس ضرب عدد یک‌رقمی در چندرقمی

$$2 \times 22 = 2 \times (20 + 2) = (2 \times 20) + (2 \times 2)$$

تدریس ضرب عدد چندرقمی در یک‌رقمی با کمک خواص ضرب، به علت استفاده از آن در تدریس ضرب‌های چندرقمی در چندرقمی ضروری است. تدریس ضرب عدد چندرقمی در چندرقمی: برای تدریس از مثال‌های آشنا

مثال: قیمت یک عدد مداد قرمز ۴۲ ریال است. اگر دو عدد مداد بخیریم. چند ریال باید بپردازیم؟

دانش‌آموزان برای حل مسئله مذکور ناچارند، ضرب 2×42 را انجام دهند و قبلاً باید آمادگی لازم برای اینکار را پیدا کرده باشند. ایجاد آمادگی: ضرب 2×42 را می‌توان به شرح زیر نوشت:

$$2 \times 42 = 2 \times (40 + 2)$$

$$\begin{aligned} & \text{خاصیت توزیع‌پذیری ضرب نسبت به جمع} \\ & = (2 \times 40) + (2 \times 2) \\ & = (2 \times 4 \times 10) + (2 \times 2) \end{aligned}$$

به طوری که در سطر آخر ملاحظه می‌شود ضرب‌ها و جمعی را که دانش‌آموز باید انجام دهد (به استثنای ضرب عدد یک‌رقمی در ده) قبلاً یاد گرفته است. تنها ضرب عدد یک‌رقمی در 10 ، 100 ، 1000 و... باید تدریس شود. ضرب مذکور به کمک قرارداد ارزش مکانی ارقام، به شرطی که در بند $5-1-8$ گذشت، تدریس می‌شود و دانش‌آموز یاد می‌گیرد که برای ضرب هر عدد یک‌رقمی در 10 ، 100 ، 1000 و... کافی است یک، ده، سه و... چند صفر در جلو عدد یک‌رقمی قرار دهد (تیلور، ۲۰۰۷).

بعد از این آمادگی تدریس ضرب 2×42 در سه مرحله، با راهنمایی معلم و توسط دانش‌آموزان انجام می‌گیرد.

مرحله اول: تدریس ضرب عدد یک رقمی در 10 ، 100 ، 1000 و... مانند:

$$4 \times 10 = 40$$

مرحله دوم: تدریس ضرب عدد یک رقمی در مضارب 10 ، 100 ، 1000 و... مانند:

$$2 \times 40 = 80$$

مرحله سوم: تدریس ضرب عدد یک‌رقمی در چندرقمی

$$2 \times 42 = 2 \times (40 + 2) = (2 \times 40) + (2 \times 2)$$

تدریس ضرب عدد چندرقمی در یک‌رقمی یا کمک خواص ضرب، به علت استفاده از آن در تدریس ضرب‌های چندرقمی در چندرقمی ضروری است. تدریس ضرب عدد چندرقمی در چندرقمی: برای تدریس از مثال‌های آشنا

استفاده می‌کنیم. دانش‌آموزان باید ارزش مکانی ارقام، ضرب‌های اساسی و خواص ضرب را به‌خوبی یاد گرفته باشند و بتوانند آن‌ها را به‌کار بگیرند.

اگر بخواهیم عدد 21×34 را تدریس کنیم، در مرحله اول، ضرب را به‌صورت ستونی می‌نویسیم:

$$21$$

$$\times 34$$

از دانش‌آموزان می‌پرسیم معنی اینکه عدد ۲۱ می‌خواهیم ۳۴ برابر کنیم چیست؟ دانش‌آموزان یا راهنمایی معلم به این نتیجه می‌رسند که می‌خواهیم ۲۱ را اول ۴ برابر، بعد آن را ۳۰ برابر کنیم.

$$34 = (30 + 4)$$

همه موارد مذکور را قبلاً تدریس کرده‌ایم. بنابراین دانش‌آموزان با راهنمایی معلم اعمال زیر را مرحله به مرحله انجام می‌دهند.

	یکان	دهگان	صدگان	یکان	دهگان	صدگان	هزارگان
۲۱	۱	۲		۱	۲		۲۱
۳۴	۴	۳		۴	۳		۳۴
۸۴	۴	۸		۴	۸		۸۴
۶۳۰	۰	۳	۶	۰	۳	۶	۶۳۰
۷۱۴	۴	۱	۷	۴	۱	۷	۷۱۴
مرحله ۵				مرحله ۴			مرحله ۳
							حاصل ضرب
				مرحله ۲			مرحله ۱

تا رسیدن به مرحله پنجم دانش‌آموزان به کمک و راهنمایی معلم نیاز دارند و تمرینات زیادی باید حل کنند. این تمرینات حتی الامکان از ضرب‌های بدون انتقال شروع می‌شود و به تدریج به ضرب‌های با انتقال گسترش می‌یابد. برنامه‌ریزی درسی با توجه به پیشرفت دانش‌آموزان به‌عهده معلمان محترم است.

۸-۱۰ روش تدریس تقسیم

آن‌گونه که اکثر علمای روش تدریس بیان داشته‌اند، یادگیری مفهوم تقسیم با یادگیری مفهوم ضرب در هم تشبیه‌اند و مناسب‌ترین شیوه برای تدریس آن‌ها، توالی تدریس مفهوم تقسیم همراه با تدریس مفهوم ضرب است. به عبارت دیگر، مفهوم تقسیم همزمان

با تدریس ضرب به دانش‌آموزان آموخته می‌شود زیرا جدا کردن ضرب و تقسیم در تدریس عملاً امکان‌پذیر نیست و در تدریس مفهوم ضرب، مفهوم تقسیم نیز به‌خوبی خود مطرح می‌شوند (دمیر، ۲۰۱۱). اگر بخواهیم کمیتی را اندازه‌گیری کنیم، باید واحدی از جنس همان کمیت انتخاب کنیم و بینیم واحد مذکور چندبار در کمیت مورد سنجش می‌گنجد. در این اندازه‌گیری، رابطه‌ای به شرح زیر به دست می‌آید (شعایی، ۱۳۹۲).

$$\frac{K}{r} = K \quad \text{یا} \quad \frac{K}{K} = 1$$

مثال ۱. ریسمانی به طول ۱۵ متر داریم. می‌خواهیم این ریسمان را به قطعات ۳ متری تقسیم کنیم. چند قطعه ۳ متری می‌توانیم داشته باشیم.

$$\frac{15}{3} = 5 \quad \text{یا} \quad \frac{3}{3} = 1$$

این نوع تقسیم را می‌توان تقسیم نوع اول نامید که همان مفهوم اندازه‌گیری است.

مثال ۲. ریسمانی به طول ۱۵ متر داریم. می‌خواهیم این طناب را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنیم. هر قطعه از طناب مذکور چند متر خواهد بود؟

$$\frac{15}{5} = 3 \quad \text{یا} \quad \frac{K}{K} = 1$$

این نوع تقسیم را تقسیم نوع دوم می‌نامند. از طرفی می‌دانیم که از روابط بالا، یک رابطه ضرب نیز به دست می‌آید که متناظر با تقسیم‌های مذکورند.

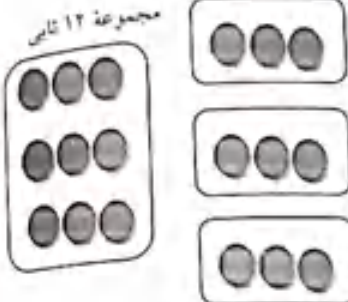
$$15 \div 5 = 3 \quad \text{و} \quad 5 \times 3 = 15$$

تدریس هر دو مفهوم بالا ضمن تقسیم‌های اساسی صورت می‌گیرد. ضمناً علامت (÷) و قرارداد نوشتن تقسیم به صورت سطر نیز ضمن تدریس تقسیم‌های اساسی آموخته می‌شوند.

تدریس تقسیم‌های اساسی: تقسیم‌های اساسی تقسیم‌هایی هستند که مقوم علیه و خارج قسمت عدد یک‌رقمی و باقی‌مانده صفر است. تقسیم‌های اساسی به‌عمره

ضرب‌های مشابه خود که ضرب‌های اساسی گفته می‌شوند و قبلاً نحوه تدریس آن‌ها بیان شده است. تدریس می‌شوند.
 مثال توصیفی: ۹ عدد لوبیا سفید در اختیار هر یک از دانش‌آموزان قرار می‌گیرد. ۹ لوبیا مجموعه‌ای است که دانش‌آموزان می‌توانند آن را بشمارند و از درستی آن مطمئن شوند معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد ۹ لوبیا را به دسته‌های ۳ تایی تقسیم کنند. سپس معلم می‌تواند پرسش و پاسخی را به شرح زیر با دانش‌آموزان ترتیب دهد.

معلم: ۹ لوبیا را به دسته‌های سه‌تایی تقسیم کنید.
 دانش‌آموزان اینکار را انجام می‌دهند.
 معلم: چند دسته سه‌تایی درست کردید؟
 دانش‌آموزان: سه دسته سه‌تایی
 معلم: خیلی خوب. پس در ۹ لوبیا، چند دسته ۳ تایی وجود دارد؟



شکل ۶-۱

$\frac{9}{3} = 3$ $3 \times 3 = 9$
 دانش‌آموزان: سه تا
 معلم دانش‌آموزان را راهنمایی می‌کند تا عبارت «در ۹ تا لوبیا سه تا دسته‌های ۳ تایی وجود دارد» را به صورت یک عبارت ریاضی بگویند: ۹ لوبیا تقسیم بر ۳ مساوی است با ۳. معلم علامت «» را به عنوان علامت تقسیم معرفی می‌کند و دانش‌آموزان می‌نویسند؟ $9:3=3$

توضیح می‌شود ۸۱ تقسیم اساسی به کمک مفهوم تقسیم نوع اول تدریس شود. معهذاً معلمان می‌توانند از مفهوم تقسیم نوع دوم نیز در تدریس تقسیم‌های اساسی استفاده کنند.

مثال توصیفی: می‌خواهیم ۱۵ تومان را به طور مساوی بین ۵ نفر تقسیم کنیم. به هر کدام چند تومان می‌رسد؟

اگر ۱۵ سکه یک تومانی در اختیار دانش‌آموزان قرار دهیم تا مسئله مذکور را حل کنند مسلماً مسیر تفکر کودک به این ترتیب پیش می‌رود که در مرحله اول به هر نفر یک

شکل‌گیری مفهوم عدد و درک کمی ۱۳۳
 تومان و به ۵ نفر ۵ تومان می‌دهد و ۱۰ تومان (۱۰-۵=۵) باقی می‌ماند. در مرحله دوم باز به هر نفر یک تومان می‌دهد و با این ترتیب ۵ تومان (۵-۵=۰) باقی می‌ماند. در مرحله سوم نیز همان کار تکرار می‌شود و دیگر پول باقی نمی‌ماند (۵-۵=۰). با این ترتیب دانش‌آموزان در پاسخ به سؤال مسئله خواهند گفت: ۳ تومان به عبارت دیگر ۱۵ تومان بین ۵ نفر بخش شد و به هر نفر ۳ تومان رسید یعنی عدد اصلی زیر مجموعه‌های هم عدد جدا از هم برابر ۳ تومان است.

تومان نفر تومان
 $15 : 5 = 3$

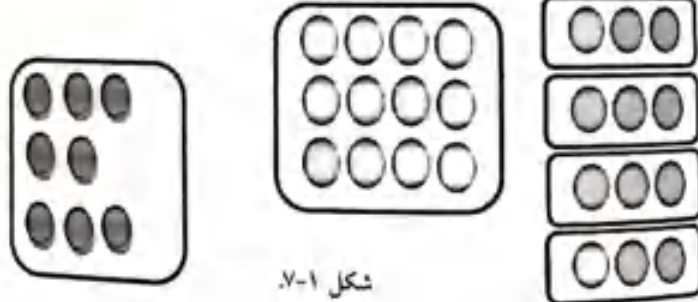
با ادامه این قبیل تجارب عملی. بالاخره دانش‌آموزان به مفهوم تقسیم نوع دوم پی خواهند برد و متوجه می‌شوند که در این قبیل مسائل واحد اندازه‌گیری مورد نظر است که کمیت مورد سنجش یا آن واحد اندازه‌گیری می‌شود. دانش‌آموزان در حل مسئله فوق علامت بار و هر بار یک تومان و در سه بار ۳ تومان بین هر نفر تقسیم کردند. اصطلاحات مقسوم، مقسوم‌علیه و خارج قسمت نیز ضمن تدریس تقسیم‌های اساسی تدریس می‌شوند.

مثال توصیفی: دانش‌آموز مجموعه ۱۲ تایی لوبیا را می‌شمارند. معلم از آن‌ها می‌خواهد گروه‌های ۳ تایی درست کنند و تعداد آن‌ها را بشمارند. دانش‌آموزان مطابق راهنمایی معلم گروه‌های ۳ تایی را تشکیل می‌دهند.

معلم: چند گروه تشکیل شده است؟
 دانش‌آموزان: ۴ گروه

معلم: خوب، ۱۲ برابر است با چند ۳ تایی؟
 دانش‌آموزان: ۴ تا ۳ تایی برابر است با ۱۲

$4 \times 3 = 12$



شکل ۷-۱

این عبارت به صورت کلام ریاضی و سپس رابطه ریاضی درمی آید و نوشته می شود.
 - دوباره برش و پاسخ بین معلم و دانش آموزان ادامه پیدا می کند.
 معلم در ۱۲ لوبیا، چند گروه ۳ تایی وجود دارد؟

$$\frac{12}{3} = 4$$

دانش آموزان: در ۱۲ لوبیا ۴ گروه ۳ تایی، وجود دارد.
 با راهنمایی معلم دانش آموزان عبارت را به صورت زیر تغییر می دهند.

۱۲ تقسیم بر ۳ برابر است با ۴.
 بعد از پایان تجارب عملی، لازم است تا رابطه های ریاضی تمرین شوند. معلم می تواند برای تمرین از کتب درسی و سایر منابع استفاده کند.

شیوه تدریس تقسیم های با باقی مانده: همواره تذکر داده شده است که مناسب است که تدریس تقسیم های با باقی مانده بعد از آموزش تقسیم های اساسی صورت گیرد (الویز و همکاران، ۲۰۱۴). دانش آموزان ضمن افزای مجموعه هایی به این نتیجه می رسند که گاهی در افزای مجموعه ای به زیرمجموعه های هم عدد جدا از هم تعدادی از اعضای مجموعه اصلی باقی می ماند. به عبارت دیگر، تعداد کافی برای تشکیل یک زیرمجموعه وجود ندارد (عزتخواه، ۱۳۹۰).

مثال توصیفی: هر دانش آموز ۱۶ لوبیا می شمارد. معلم از دانش آموزان می خواهد که لوبیاها را به دسته های ۵ تایی تقسیم کند. آن ها ۳ دسته ۵ تایی درست می کنند. یکی از لوبیاها باقی می ماند. در پاسخ به سؤال معلم که نتیجه را می پرسد دانش آموزان اظهار می دارند که در ۱۶ لوبیا ۳ دسته ۵ تایی، وجود دارد و یک لوبیا نیز باقی می ماند. همین عبارت و کلام فارسی که نتیجه کوشش فردی دانش آموزان است با راهنمایی معلم به صورت زیر درمی آید. نتیجه کوشش فردی دانش آموزان است با راهنمایی معلم به صورت زیر درمی آید.
 (۱۶ لوبیا تقسیم بر ۵ مساوی است با ۳ و ۱ لوبیا باقی می ماند).

سپس عبارت مذکور را با راهنمایی معلم به همان ترتیب که خوانده می شود مرحله به مرحله به وسیله دانش آموزان تکرار و به شرح زیر نوشته می شود:

$$\begin{array}{r|l} 16 & 5 \\ 15 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

لوبیا
باقی

وقتی دانش آموزان مطابق عمل فوق الذکر پاسخ می دهند که در ۱۶ لوبیا، دست ۵ تایی ۳ بار وجود دارد و یکی هم باقی می ماند، معلم می پرسد. پس چندتا از ۱۶ لوبیا در دسته های ۵ تایی قرار گرفته اند؟ دانش آموزان پاسخ می دهند پانزده تا (۱۵=۳×۵). معلم راهنمایی می کند که از ۱۶ لوبیا ۱۵ تا در دسته های ۵ تایی قرار گرفته و یکی در دسته بندی شرکت ندارد و باقی مانده است.

۱-۱-۸ تقسیم چندرقمی بر یکرقمی

پیش نیاز انجام تقسیم های چندرقمی بر یکرقمی این است که دانش آموزان ارزش مکانی ارقام و تقسیم های اساسی را به خوبی یاد گرفته باشند. به سخن دیگر، لازم است معلم قبل از تدریس تقسیم های چندرقمی بر یکرقمی حتما ارزش مکانی ارقام و تقسیم های اساسی را در دانش آموزان موردسنجش قرار دهد. بهتر است در مسائلی که برای این قبیل تقسیم ها ساخته می شود از مفهوم دوم تقسیم استفاده شود.

مثال توصیفی: ۶۳ پرتقال داریم، می خواهیم بین ۳ نفر تقسیم کنیم. به هر یک چند عدد پرتقال می رسد؟ دانش آموزان باید عمل ۶۳:۳ را انجام دهند. تا سهم هر نفر را پیدا کنند. مراحل کار دانش آموز به شرح زیر خواهد بود.

- شش ده تایی بین ۳ نفر تقسیم می شود، به هر نفر ۲ ده تایی پرتقال می رسد.
 ۶×۲=۱۲ ده تایی پرتقال تقسیم و از ۶ ده تایی در مقسوم کسر می شود و ده تایی باقی نمی ماند.

$$\begin{array}{r|l} 63 & 3 \\ 60 & 20 \\ \hline & 3 \end{array}$$

پرتقال

- سه دانه پرتقال باقی مانده است که بین ۳ نفر تقسیم می شود و به هر نفر یک پرتقال می رسد.

(۱×۳=۳). وقتی پرتقال تقسیم شده را از ۳ پرتقال موجود کسر کنیم (۳-۳) پرتقال در مرتبه یکان نیز باقی نمی ماند.

- حاصل کار ۲۱ بر تقال سهم هر نفر خواهد بود.
 - بعد از نمره‌بندی زیاد، کم‌کم از کودکان خواسته می‌شود جدول ارزش مکانی را رسم نکنند و تقسیم را بدون نوشتن مقسوم و خارج قسمت در جدول انجام دهند.

$$\begin{array}{r} 63 \\ -6 \\ \hline 03 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$$

- در این تقسیم، دانش‌آموزان دو تقسیم از تقسیم‌های اساسی را به‌کار بردند (۶۰۳ و ۳۰۳) و در هیچ‌یک از تقسیم‌ها باقی‌مانده وجود نداشت تا مجبور شوند به مرتبه کوچک‌تر انتقال دهند. بنابراین تقسیم‌ها بدون انتقال هستند و مقسوم هر چند رقمی باشد، دانش‌آموز می‌تواند تقسیم را انجام دهد. البته این تقسیم‌ها ممکن است باقی‌مانده نیز داشته باشند.
 مثال توصیفی: ۵۲ سیب را بین ۴ نفر تقسیم و سهم هر نفر را تعیین کنید.

برای حل این مسئله، دانش‌آموز باید تقسیم ۵۲:۴ را انجام دهد. در اینجا مراحلی که در مثال قبلی دیده شد به‌کار برده می‌شود، تنها در اولین مرحله یک ده‌تایی باقی می‌ماند که باید آنرا تبدیل به یکی کرد و یا یکی‌ها جمع نمود و عمل تقسیم را ادامه داد. این تقسیم را تقسیم با انتقال می‌گویند و در آن تنها عمل انتقال از چپ یا راست که در تقریب نیز به‌کار برده شد، یادآوری می‌شود.

د	ی
۵	۲
-۲	
۱ ده‌تایی	
انتقال	

۴	۱	۳
۵۲	-۲	۱۲
	۱۲	
		۰

- این تقسیم‌ها نیز ممکن است باقی‌مانده داشته باشند، مانند: ۵۴:۴
 توصیه می‌شود و در مرحله نخست مثال‌ها طوری انتخاب شوند که تقسیم‌ها بدون باقی‌مانده باشند و کم‌کم تقسیم‌های با باقی‌مانده را شامل شوند. البته عدد چند رقمی نیز از دورقمی شروع و به ۳، ۴ و... گسترش می‌یابد (عزتخواه، ۱۳۹۰).

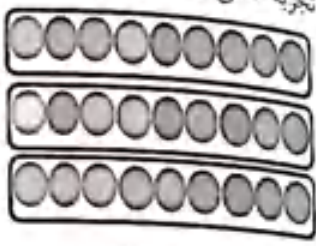
۲-۱-۸- تقسیم چندرقمی بر چندرقمی
 گفت: پیش‌نیازها: قبل از یادگیری تقسیم‌های چندرقمی بر چندرقمی، دانش‌آموزان باید تقسیم‌های عدد چندرقمی بر عدد یک‌رقمی را آموخته باشند و قبل از تدریس این‌فصل تقسیم‌ها، لازم است آمادگی‌های لازم در دانش‌آموزان به‌وجود آید. تقسیم‌هایی که برای ایجاد آمادگی می‌توان انتخاب کرد آن‌هایی است که خارج قسمت‌شان تنها عدد یک‌رقمی باشد. مانند: ۲۷:۹ و ۲۸:۲۴ و نظایر این‌ها.

برای تدریس تقسیم‌های مذکور باید از مفهوم اول تقسیم استفاده کرد. مثلاً در تقسیم ۲۷:۹ دانش‌آموزان دنبال این موضوع هستند، که در مجموعه ۲۷ تایی چند مجموعه ۳ تایی می‌توان درست کرد؟ به دانش‌آموزان اجازه داده می‌شود تجربه عملی روی مهره‌ها یا لوبیابها یا هر وسیله دیگری که در اختیار دارند داشته باشند مراحل کار دانش‌آموزان به‌شرح زیر است:

۱. تجربه عملی درباره مجموعه‌ها



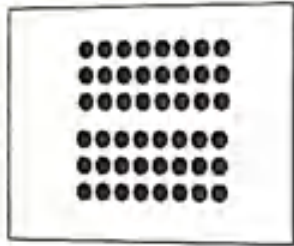
$$\frac{27}{9} = 3$$



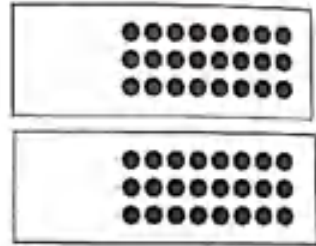
$$9 \times 3 = 27$$

شکل ۸-۱

۲. نوشتن تجربه به‌دست آمده روی کاغذ یا تخته سیاه



$$\frac{28}{7} = 4$$



$$2 \times 14 = 28$$

شکل ۹-۱

ارزش مکانی ارقام

ص	د	ی	۵۴			
۸	۲	۳	ص	د	ی	
۱۶۸			۵	۰	۳	
۱۶۲			۳	۱	۱	
-						
۶						
	۶۲					
	-۵۴					
		۸				
		۸۳				
		-۵۴				
		۲۹				

۱. در تقسیم از مفهوم دوم تقسیم استفاده می‌شود.

۲. عمل تقسیم با راهنمایی معلم به این ترتیب ادامه می‌یابد: یک ده‌هزارتایی را می‌توان به ۵۴ نفر تقسیم کرد، بنابراین، یک ده‌هزارتایی به ۱۰ هزارتایی تبدیل و به مرحله هزارگان انتقال می‌یابد و دانش‌آموز ۱۶ هزارتایی را به ۵۴ نفر قسمت کند. بازم تقسیم ممکن نیست. دوباره ۱۶ هزارتایی به ۱۶۰ صدگان تبدیل و به مرحله صدتایی انتقال داده می‌شود. ۱۶۰ صدتایی اگر بین ۵۴ نفر قسمت شود به هر نفر سه صدتایی می‌رسد و ۶ صدتایی باقی می‌ماند.

۳. صدتایی باقی مانده را به ۶۰ ده‌گان تبدیل می‌کنیم و به مرتبه ده‌تایی انتقال می‌دهیم و ۶۲ ده‌تایی را بر ۵۴ نفر تقسیم می‌کنیم. به هر نفر یک ده‌تایی می‌رسد و ۸ ده‌تایی باقی می‌ماند.

۴. ده‌تایی باقی مانده را به ۸۰ یکی تبدیل و ۸۳ یکی را به ۵۴ نفر تقسیم می‌کنیم. به هر نفر یک می‌رسد و ۲۹ نیز باقی می‌ماند.

۵. بعد از اینکه دانش‌آموزان در این تقسیم‌ها تمرین کافی انجام دادند در نهایت جدول ارزش مکانی ارقام حذف می‌شود و دانش‌آموزان تقسیم مذکور را به صورت زیر می‌نویسند و عمل می‌کنند.

$$\begin{array}{r} 28 \\ - 28 \\ \hline 00 \end{array}$$

۳. در این مرحله، دانش‌آموزان راهنمایی می‌شوند به اینکه تعداد ارقام مقسوم و مقسوم علیه را بشمارند. در صورت برابری تعداد ارقام، دانش‌آموزان می‌توانند، به کمک معلومات قبلی، خارج قسمت احتمالی را از تقسیم آخرین رقم مقسوم از سمت چپ، به آخرین رقم مقسوم علیه از سمت چپ به دست بیاورند. البته این فکر بعد از تجارب متعددی که دانش‌آموزان عملاً کسب می‌کنند، صورت می‌گیرد (عزینخواه، ۱۳۹۰).

۴. در تقسیم‌هایی نظیر ۱۲۴:۳۱ که ارقام مقسوم و مقسوم علیه برابر نیست، بعد از تعیین‌های متعدد، دانش‌آموزان راهنمایی می‌شوند تا خارج قسمت احتمالی را از تقسیم دوم سمت چپ مقسوم بر آخرین رقم سمت چپ مقسوم علیه به دست آورند.

۵. پس از به دست آوردن خارج قسمت احتمالی به شرح مندرج در ذیل دانش‌آموزان دست به آزمایش و خطا می‌زنند تا به رابطه‌های زیر در هر تقسیم دست پیدا کنند. مثلاً در تقسیم ۱۲۵:۳۱ به دو رابطه زیر می‌رسند.

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 31 \\ \hline 124 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 125 = (31 \times 4) + 1 \\ 1 < 31 \end{array}$$

۶. برای تثبیت مفاهیم یادگیری در هر مرحله تمرین لازم است. بیشترین تمرین در مرحله اول باید باشد. دانش‌آموز بعد از درک مفهوم عمل تقسیم آسان‌تر می‌تواند حاصل تجارب خود را بنویسد.

ب) پیگیری تقسیم: پس از اینکه، دانش‌آموز آموزش‌های ابتدایی در زمینه تقسیم چندرقمی بر چندرقمی را فراگرفت، قادر خواهند بود هرگونه تقسیم را، که در مقسوم و مقسوم علیه اعداد چند رقمی وجود دارد، انجام دهند.

مثال: ۱۶۸۲۳ نومان را بین ۵۴ نفر تقسیم کنید. مراحل تقسیم به شرح زیر است. ۱. نوشتن تقسیم به صورت ستونی خواهد بود.

$$\begin{array}{r} 16823 \\ - 54 \\ \hline \end{array}$$

۲. در اینجا نیز تقسیم ارزش مکانی ارقام نقش بسیار مهمی دارد.

۳. برای انجام تقسیم از جدول ارزش مکانی ارقام استفاده می‌شود.

۱۶۸۳۳	۵۲
- ۱۶۹	۳۱۱
۶۲	
- ۵۲	
۸۳	
- ۵۲	
۲۹	

باید توجه داشت که در پایان کلیه مراحل کار تقسیم به صورت ذهنی انجام می شود

خلاصه فصل هشتم

در این فصل در حیطه آموزش مفاهیم، یکی از موارد مهم و ضروری مفهوم عدد است. مفهوم عدد از آموزش های پیش دبستانی و دبستانی نیز می باشد و البته کاربردهای بسیاری هم در زندگی عادی و روزمره هر فردی دارد. البته کودک باید توجه و تمرکز لازم، دستورپذیری و تقلید، تطابق و طبقه بندی را کسب کرده باشد. کودک یادگیری شمارش را به طور ریتمیک (به صورت شعر و آهنگین) و در حین بازی بهتر فرا خواهد گرفت، پس بهتر است ابتدا شمارش به صورت ریتمیک را آغاز کنیم. برای آموزش مفهوم عدد ترجیحاً با عدد ۲ شروع می کنیم. وقتی عدد ۲ را به خوبی فرا گرفت با همین فرایند عدد ۳ را آموزش می دهیم. نکته مهم در این قسمت تشخیص و تمیز بین عدد ۲ و ۳ است. در این فصل با مفهوم جمع و روش تدریس آن آشنا شدید. ما در مورد مفهوم جمع بر اساس اجتماع دو مجموعه جدا از هم، مفهوم جمع بر اساس اجتماع بیش از دو مجموعه جدا از هم، تدریس خواص جمع، مراحل تدریس جمع و امتحان جمع توضیح دادیم. هر یک از این مفاهیم مانند مراحل تدریس جمع، خود تقسیماتی دارد که شامل: تدریس جمع های اساسی، جمع اعداد دورقمی بدون انتقال، جمع اعداد دورقمی با یک رقمی و تدریس جمع های چندرقمی با چندرقمی با انتقال است. روش تدریس و نحوه انتقال مفاهیم مذکور نیز به فراگیر شرح داده شد. در این فصل درباره مفهوم تفریق و روش تدریس آن در مدارس ابتدایی صحبت کردیم. ابتدا در مورد مفهوم و روش های تدریس تفریق از جمله مفهوم گاهشی، افزایی، مقایسه ای، افزایی، بحث نمودیم. سپس مراحل تدریس تفریق را که عبارتند از: تفریق های اساسی، آموزش نوشتن تفریق به صورت ستونی، روش آموختن تفریق های چندرقمی بدون انتقال و با انتقال عنوان

دادیم و هر یک را به طور جداگانه توضیح دادیم و سپس مرحله امتحان تفریق را شرح دادیم و پس از آن روش تدریس حالت های خاص در تفریق را که عبارتند از: تفریق صفر از یک عدد، تفریق یک عدد از صفر و تفریق صفر از صفر و در انتها تفریق یک عدد از خودش بیان کردیم. امید است با بیان این مفاهیم و روش ها شما دانشجوی عزیز بتوانید به آسانی برای تدریس از آنها استفاده نمایید.

در این فصل با مفهوم و روش تدریس ضرب و چگونگی استفاده از این روش ها و مفاهیم برای تدریس در کلاس خود آشنا شدید. به طور خلاصه آنچه ما در این فصل عنوان نمودیم حاصل ضرب دو مجموعه، مفهوم ضرب دو عدد به کمک مجموعه های هم عدد جدا از هم، مفهوم افزایی ضرب، رابطه ضرب با جمع، خواص ضرب بود. خواص ضرب دارای تقسیم بندی زیر است:

خاصیت جابه جایی، خاصیت شرکت پذیری، خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع، ضرب هر عدد بر یک و ضرب هر عدد بر صفر، پس از توضیح این مفاهیم و روش تدریس، ضرب های اساسی را شرح دادیم که به قرار زیر است. تهیه جدول ضرب و نحوه تدریس ضرب های اساسی به کمک مفهوم افزایی ضرب. سپس نحوه ستونی نوشتن ضرب را شرح دادیم و گفتیم که برای تدریس ضرب عدد چندرقمی در عدد یک رقمی روش هایی وجود دارد که به ترتیب زیر است:

تدریس ضرب عدد چندرقمی در عدد یک رقمی به کمک ارزش مکانی، تدریس ضرب عدد چندرقمی در یک رقمی با استفاده از خواص ضرب و تدریس ضرب عدد چندرقمی در چندرقمی و در انتها نحوه امتحان ضرب را شرح دادیم. امید است با استفاده از این مفاهیم و روش ها در کار تدریس خود موفق باشید و در انتهای این فصل، مفهوم و روش تدریس تقسیم در مدارس بیان شد. ابتدا در مورد مفهوم تقسیم توضیح دادیم و سپس نحوه استفاده از افراز یک مجموعه در تدریس تقسیم های اساسی بیان کردیم و پس از آن نحوه تدریس تقسیم های با باقی مانده نحوه ستونی نوشتن تقسیم را متذکر شدیم و گفتیم که برای تقسیم عدد چندرقمی بر یک رقمی دانش آموزان باید ارزش مکانی ارقام و تقسیم های اساسی را به خوبی یاد گرفته باشند. در نهایت به توضیح تقسیم عددهای چند رقمی بر چندرقمی پرداختیم و گفتیم ابتدا دانش آموز باید تقسیم های عدد چندرقمی بر یک رقمی را آموخته باشد و سپس به کار تقسیم ادامه دهد. در انتهای فصل نحوه امتحان تقسیم را هم شرح دادیم.

خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل هشتم

با پاسخ دادن به نمونه‌هایی از پرسش‌های امتحانی خود را بیازمایید.

۱. برای آموزش مفهوم عدد ترجیحاً باید از چه عددی شروع کرد؟
 - الف) عدد صفر
 - ب) عدد یک
 - ج) عدد دو
 - د) عدد سه
۲. وقتی عدد ۲ را به‌خوبی فرا گرفت یا همین فرایند عدد را آموزش می‌دهیم.
 - الف) عدد پنج
 - ب) عدد یک
 - ج) عدد چهار
 - د) عدد سه
۳. هنگام استفاده از تصویر از اعداد شروع می‌کنیم و به‌تدریج به اعداد می‌رسیم.
 - الف) پایین‌تر - بالاتر
 - ب) بالاتر - پایین‌تر
 - ج) بالاتر - بالاتر
 - د) پایین‌تر - پایین‌تر
۴. کدام گزینه از اساسی‌ترین مسائل برای یادگیری دانش‌آموزان در دوره ابتدایی است؟
 - الف) جمع و تفریق
 - ب) ضرب و تقسیم
 - ج) چهار عمل اصلی
 - د) عددنویسی
۵. مفهوم تفریق عکس عمل جمع به معنی افزایش است و زمانی کودکان می‌توانند آنرا یاد بگیرند که تفکر آنان باشد.
 - الف) تعویض‌پذیر
 - ب) برگشت‌پذیر
 - ج) شرکت‌پذیر
 - د) توزیع‌پذیر

فصل نهم

شکل‌گیری معنای اعمال حسابی تفکر جبری، تعمیم، الگویابی، تابع‌ها، تفکر هندسی، مفاهیم هندسه، استدلال کردن و تصمیم‌گیری

هدف کلی

آشنایی با شکل‌گیری معنای اعمال حسابی، تعمیم، الگویابی، تابع‌ها، تفکر هندسی، مفاهیم هندسه، استدلال کردن و تصمیم‌گیری در دبستان

هدف‌های یادگیری

۱. پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:
 - الف) اعداد طبیعی و کاربرد آن‌ها را بیان کنید.
 - ب) کاربرد اعداد طبیعی را شرح دهید.
 - ج) معنی واقعی جبر را شرح دهید.
 - د) مفاهیم هندسی را شرح دهید.
 - ه) موضوع هندسه را بیان کنید.
 - و) مفهوم شهود را شرح دهید.
 - ز) معنای استدلال کردن را با ذکر مثال تشریح کنید.
 - ح) چگونگی تصمیم‌گیری مؤثر را نشان دهید.

مقدمه

یکی از اجزای اصلی برنامه درسی ریاضیات در دوره ابتدایی، تفکر جبری، مفاهیم تعمیم، الگویی، تابع‌ها، نمکر هندسی، استدلال و تصمیم‌گیری است. این اعمال دروازه ورود به فرصت‌های عالی‌تر تحصیلی است. مشارکت موفق در جامعه نیازمند دانش پایه در این حوزه‌هاست. در برنامه درسی ملی کشورمان این مفاهیم چندگانه در بالا، در قلمرو ریاضیات ابتدایی گنجانده شده است. به علاوه، آموزشگران براساس نتایج تحقیقات به این باور رسیده‌اند که با آموزش صحیح این مفاهیم در سال‌های بالاتر تحصیلی مشکلات کمتر خواهد شد. در مطلب پیش‌رو سعی داریم عناصر آموزش و روش تدریس این مفاهیم را به اختصار معرفی کنیم و رابطه آن‌ها را در کتاب‌های درسی ریاضی ابتدایی نشان دهیم.

۱-۹ شکل‌گیری معنای اعمال حسابی

اعداد طبیعی، اعدادی هستند که برای شمردن به کار می‌روند. مجموعه اعداد طبیعی $\{1, 2, 3, \dots\}$ است. در این مجموعه عدد صفر وجود ندارد و با اضافه کردن آن، مجموعه اعداد حسابی به وجود می‌آید. این مجموعه یک مجموعه نامتناهی است. در ریاضیات، مجموعه اعداد طبیعی را با نماد N نمایش می‌دهند. این حرف از آغاز واژه انگلیسی Natural به معنای طبیعی، گرفته شده است.

اعداد حسابی همان اعداد طبیعی هستند که صفر هم به آن‌ها اضافه شده است. به مجموعه اعداد زیر، اعداد صحیح یا اعداد درست می‌گویند و آن را با Z نمایش می‌دهند:

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

درواقع اعداد صحیح شامل اعداد طبیعی مثبت و اعداد طبیعی منفی و عدد صفر است. این اعداد همانند اعداد طبیعی جزء مجموعه‌های شمارش‌پذیر نامتناهی است. شاخه‌ای از ریاضیات که به مطالعه در مورد ویژگی‌های اعداد صحیح می‌پردازد نظریه اعداد نام دارد.

اعداد صحیح همانند اعداد طبیعی نسبت به اعمال جمع و ضرب بسته است، یعنی جمع و ضرب هر دو عدد صحیح، یک عدد صحیح است و چون اعداد صحیح

شامل اعداد منفی و صفر می‌باشند بنابراین برخلاف اعداد طبیعی نسبت به عمل تقریباً بسته‌اند. ولی چون حاصل تقسیم دو عدد صحیح برهم ممکن است عددی صحیح نباشد پس نمی‌تواند نسبت به عمل تقسیم بسته باشد.

۲-۹ شکل‌گیری تفکر جبری، تعمیم، الگویی و تابع‌ها

تفکر در مسائل به صورت جبری این مشخصات را دارد:

۱. قابلیت به کار بردن نمادها؛
۲. سروکار داشتن با نسبت‌های ریاضی، نه اشیاء ریاضی؛
۳. رهایی از دوگیری‌های مربوط به وجود خارجی مفاهیم؛
۴. وان دروردن (۱۹۷۵): «وقتی من راجع به جبر بابلی، یونانی، و یا عربی صحبت می‌کنم منظورم جبری است به معنای جبر خسروارمی، آرس مگسای کاردانو، یا جبر مدرن» پس جبر هنر به کار بردن عبارات و حل معادلات جبری است...

فرویدنتال (۱۹۷۷): «جبر چیست؟ هیچ دادگاهی نیست که در این باره حکم کند یا این حال «جبر» مثل هر لغت دیگری در زندگی روزمره معنی خاصی دارد. مثلاً در مدرسه جبر حل معادلات درجه اول و دوم است، نوع جبری است که بابلی‌ها با آن شروع به کار کردند... قادر بودن به تشریح روابط و حل مراحل و تکنیکی که به صورت عمومی به کار رود از نظر من در تفکر جبری چنان مقام مهمی دارد که من حاضر نام جبر را به آن اختصاص بدهم، ولی مگر از یک نام چه توقعی می‌توان داشت؟»

اونگورو (۱۹۷۹): معنی واقعی جبر هرچه باشد، استعمال متعارف این لغت معنی دیگری دارد. میز میز است، صندلی صندلی است... بنابراین درخت را میز خواندن گمراه‌کننده است، هر چند که درخت می‌تواند به میز تبدیل شود و گاهی هم می‌شود. ولی درحقیقت خیلی وقت‌ها هم نمی‌شود و این نکته بسیار مهم است... در نتیجه با مشخصاتی که خود فرویدنتال برای تفکر جبری تعیین کرده، جبر بابلی و یونانی غیرجبری هستند. همین قادر نبودن به «تشریح روابط و حل مراحل» است که مانع این می‌شود که ریاضیدان بابلی واجد شرایط جبردانی باشد... چیزی که او قادر است به وجود بیاورد دستورالعمل است نه فرمول‌های عمومی... هیچ جبری در منابع بابلی و یونان قبل از دیوماتئوس وجود ندارد. جبر بابلی و یونانی فقط زمانی به وجود آمد که

فضایای مخصوص عددی بابلی و هندسی یونانی به زبان جبری رونویسی شد. «جبر» فقط در نتیجه تشریح متون به وسیله ریاضی دانان به وجود آمده است.

در هیچ یک از این تفصیلات، برای مشخص کردن اینکه علم جبر چیست یا اینکه تفکر به صورت جبری کدام است، اشاره‌ای به یکی از ارکان قدیمی و اصلی این علم، یعنی مرحله تشخیص و تثبیت مقدار مجهول نشده است. این مرحله‌ای است که به طور قطع در مسائل عددی وجود دارد، و هر چند در خود فضایای هندسی یونان باستان به چشم نمی‌آید، در متون ریاضی بعد از این دوره مانند قسمتی از جبر قرون اول دوره اسلام چون جبر خوارزمی، ابن ترک، ثابت بن قره، ابوکامل، و حتی عمر خیام از فضایای اقلیدسی برای استخراج و اثبات جواب مجهول که معمولاً به صورت ضلع مربعی مشخص می‌شود استفاده می‌کنند. همه این نوشته‌ها به زبان‌های جدید اروپایی ترجمه شده‌اند و تحقیقات مربوط به آن‌ها در دسترس محققین دیگر بوده است. ولی واضح است که اگر کسی بخواهد مثلاً آغاز علم جبر را هم‌زمان با جبر سمبولیک قرن بیستم ببیند، به تعریفی از جبر که سابقه این علم را به قرون قبل از آن برساند اعتراض خواهد کرد، چه تعریفی که رکن اصلیش وجود اتحادها و یا حل معادلات درجه دوم است، و چه تعریفی که حتی وجود نوعی روش یا دید عمومی مانند جبر قرن مقدم ویت و دکارت را لازم می‌داند. این تمایل باعث می‌شود که در هر حال یکی از اصلی‌ترین ارکان برای شناخت علم جبر یعنی «استخراج مجهول» آنقدر پشت پرده تعصب تاریخی پنهان شود که حتی اشاره به مفهوم «مجهول» هم در تعریف آن از قلم بیفتد. این مفهوم باستانی یعنی «استخراج مجهول» که لفظ آن حداقل از قرن چهارم هجری در مورد علم جبر به کار رفته است، نه تنها صریحاً در کتب ریاضی دانان این دوره از تاریخ به چشم می‌خورد، بلکه در منابع مهم تاریخی دیگر مانند کتاب التفهیم بیرونی و مقدمه ابن خلدون نیز ذکر شده است. اگر مورخان ریاضیات امروز چنین رکنی را به عنوان اصلی‌ترین پایه علم جبر بپذیرند، و با حداقل آنقدر مهم بدانند که در تعریف علم جبر بگنجانند، بالطبع امتیاز تأسیس علم مستقلی به نام جبر به ریاضی دانان عربی نویسن دوران اسلامی بازگردانده خواهد شد.

راهبردهای آموزشی
با انگشتان یک دست به ۵ مورد می‌توان عد ۱ را نشان داد، به بند میرسد می‌توان عد ۲ را نشان داد

تعداد حبات	انگشت های وقت شده	انگشت ها
۱ حبه	۱ و ۲ و ۳ و ۴	انگشت ۱
۲ حبه	۱ و ۲ و ۳	انگشت ۲
۳ حبه	۱ و ۲	انگشت ۳
۴ حبه	۱	انگشت ۴
۵ حبه	شکلا با همه وقت شده	انگشت ۵

به ۱۰ حبه می‌توان عد ۲ را با انگشتان یک دست نشان داد

این عمل بسیار مفید است
چون در نتیجه آن می‌تواند به روشی
سریع و آسان مسائل حسابی را حل کند
و این کار را می‌تواند با انگشتان
دست چپ و راست انجام دهد



شکل ۲-۱

یکی از مهم‌ترین راهبردهای حل مسئله، رسم شکل است. کشیدن یک شکل مناسب با توجه به اطلاعات مسئله، می‌تواند به طور کامل مسئله را حل کند و یا راه رسیدن به حل مسئله را آسان‌تر می‌کند.

۳-۹ شکل گیری تفکر هندسی و مفاهیم هندسه

هندسه زائیده عمل و نتیجه‌ای از برخورد آدمی با دشواری‌های زندگی روزمره است و هندسه در آغاز به صورت قانون‌های ساده‌ای برای حل مسئله‌های عملی مربوط به اندازه‌گیری قطعه زمین‌ها، حجم ظرف‌ها و غیره به وجود آمده. به همین ترتیب تا حدود چهار هزار سال پیش، آگاهی‌هایی از هندسه که به عنوان دانشی عملی و کاربردی شناخته می‌شد در مصر باستان روی هم جمع شد.

در دورانی بین سده هفتم تا سده پنجم پیش از میلاد در یونان، هندسه توانست به تدریج خود را از تجربه جدا کند و موضوع مطالعه خود را نه حقیقت‌های دنیای واقع بلکه شکل‌های هندسی ایده‌آل قرار دهد. تکیه بر تجربه و حتی تکیه بر شکل، کنار گذاشته شد و گزاره‌ها از حالت تأیید تجربی به صورت قضیه‌ها در آمد یعنی برای تأیید درستی گزاره‌ها اثبات استدلالی ضرورت پیدا کرد. دلیل این وضع روشن است: با شکل‌های ایده‌آل نمی‌توان تجربه کرد، آن‌ها را نمی‌توان ساخت و حتی نمی‌توان رسم کرد تنها می‌شود آن‌ها را تصور کرد.

در ضمن، خود مفهوم شکل های ایده آل بر زمینه همان استدلال های منطقی، که موجب نتیجه گیری های هندسی می شدند تنظیم شد زیرا در این استدلال ها شکل همچون موضوع ذهنی وارد می شد. تنظیم مفهوم شکل ایده آل در هندسه با روش ذهنی که در آن به کار می رود در واقع یک روند یگانه را تشکیل می دهد در این روند این هر دو جنبه یکدیگر را به حرکت وامی دارند و به سمت حوزه تفکر انتزاعی می روند.

این روند با اینکه موضوع هندسه را از عمل جدا کرد، سمت گیری خود را از خود عمل گرفته بود. به عنوان نمونه مفهوم پاره خط راست را در نظر می گیریم. مساحتان مصر باستان، میخ های چوبی در زمین فرو می کردند و بین آن ها ریسمان می کشیدند. در ضمن مسئله اصلی آن ها فقط طول ریسمان بود و نه چیز دیگری. میخ ها و ریسمان ها را می شد نازی تر انتخاب کرد و دلیلی نداشت به این فکر نیفتند که می توان این دقت کار را باز هم ادامه داد.

به تدریج جایی را که میخ ها فرورفته بود به عنوان نقطه ها و ریسمان ها به عنوان پاره خط های راست در نظر گرفته شد. این آغاز اندیشه نقطه و پاره خط راست بود که سرانجام آن ها را به تصور درباره نقطه بدون اندازه ای و درباره پاره خط راست به عنوان «طول بدون پهناء» رسانید. زیرا نقطه تنها معرف انتهای پاره خط بود و برای پاره خط راست تنها طول آن مهم بود. به این ترتیب می توان گفت: خود عمل و تجربه بود که انسان را به سمت جدایی از تجربه و عمل دنیای واقع هدایت کرد.

تصور درباره شکل های دیگر هندسی هم به همین ترتیب به وجود آمد یعنی در نتیجه جداسازی از همه آنچه که نسبت به شکل ها و اندازه بیگانه و تصادفی بودند زیرا در عمل تنها به همین دو عنصر یعنی شکل و اندازه نیاز بود. شکل هندسی چیزی جز تصویر و بازتاب جسم واقعی نیست ولی به صورتی که از همه ویژگی های دیگر به جز شکل، حتی از بعضی اندازه های خود جدا شده باشد.

مفهوم شکل ایده آل همراه با اندازه ها و فرم های دقیق ایده آلی این امکان را فراهم می آورد که قانون های دقیقی برای حل مسئله های عملی تنظیم کنیم و به نتیجه گیری های منطقی دقیقی برسیم. هر قانون دقیقی نیاز به مفهوم های دقیق دارد همان طور که هر کار دقیقی نیازمند ابزار دقیقی است. هندسه به عنوان ابزار حل مسئله های عملی تکامل یافت و بر این زمینه به عنوان یک دستگاه منطقی انتزاعی با یک رشته گزاره های قابل اثبات (قضیه ها) تنظیم شد. البته در این روند که در یونان و از سده ششم پیش از میلاد آغاز

شد، علاقه های خالص ذهنی هم که زائیده زیبایی پر جاذبه خود مضمون هندسه است نفسی اساسی به عهده داشت.

موضوع مستقیم مورد مطالعه هندسه، وقتی از واقعیت جدا شد، تنها شکل های ایده آل و ذهنی قرار گرفت و روش آن صورت خالص ذهنی پیدا کرد که بر اثبات استدلالی و بدون تکیه بر تجربه بود. تجربه در هندسه به صورت آزمایش ها و بررسی های درونی و ذهنی درآمد؛ شکل های ایده آل ذهنی ساخته شد و اثبات قضیه ها درباره این شکل ها انجام گرفت.

جدایی هندسه از واقعیت های عمل روزانه وقتی خود را نشان داد که یونانی ها با آغاز از قضیه فیثاغورس، پاره خط های «اندازه ناپذیر» را کشف کردند.

یونانی های و بابلی ها از خیلی پیش از فیثاغورس، با مضمون قضیه او به عنوان یکی حقیقت تجربی و به عنوان قانونی از هندسه تجربی آشنا بودند. از این قانون نتیجه می شد که قطر و ضلع مربع مقیاس مشترکی ندارند؛ نمی توان پاره خطی که هم در قطر و هم در ضلع مربع به تعدادی درست جا بگیرد.

ولی این حکم را نباید متناقض یا تجربه دانست زیرا اندازه گیری دقیق امکان ندارد از این گذشته اندازه گیری عملی می توانست این حکم را رد کند زیرا می توان پاره خطی را انتخاب کرد که بتواند با هر دقت لازم در قطر و ضلع مربع به تعداد درستی جا بگیرد. هیچ جسم واقعی، اندازه های دقیق مطلق ندارد. هیچ طول واقعی را نمی توان با دقت مطلق اندازه گرفت زیرا جسم از ذره هایی تشکیل شده است که به هیچ وجه اندازه های دقیقی ندارند. بنابراین از دیدگاه اندازه گیری های عملی می توان گفت که قطر و ضلع هر مربع واقعی اندازه پذیرند و مقیاس مشترک دارند.

به این ترتیب اگر بر اساس حقیقت هایی از هندسه داور کتیپ که از راه تجربه بدست می آیند هندسه به نتیجه ای رسیده است که مفهومی در دنیای واقع ندارد. نزدیکدان ها به آن اهمیت ندادند و آن را به عنوان چیزی بی معنی کنار گذاشتند و فلسفه ریاضی دان ها آن را نگه داشتند. بر مبنای آن نظریه نسبت کمیت های اندازه ناپذیر را ساختند (لودوکس سده چهارم پیش از میلاد) و سپس بعدها در هند و ایران این نسبت ها را به عنوان صورت تازه ای از عدد به رسمیت شناختند و بر همین زمینه بود که تألیف ریاضی پدید آمد و تکامل یافت. و هم در سده نوزدهم نظریه مجموعه ها پایه گذاری شد. ابتدا نتیجه تجربه با تبدیل به قضیه به صورت مفهوم دقیق انتزاعی

درآمد. بعد از آن نتیجه‌ای منطقی حاصل شد و سپس براساس این نتیجه بر مرحله بالاتری از مفهوم‌های انتزاعی صعود کرد.

در اینجا با روشی خاصی ویژگی و ماهیت نه تنها هندسه بلکه تمامی ریاضیات خالص به چشم می‌خورد. انتزاع از ویژگی‌های هر دانشی است و در فیزیک معاصر هم خیلی جلو رفته است ولی در همه دانش‌ها انتزاع به محک تجربه زده می‌شود و به‌طور مستقل و به خودی خود ارزش ندارند. در ریاضیات هم انتزاع‌ها در وجودهای ایده‌آل خود را نشان می‌دهند. موضوع هندسه عبارتست از شکل‌های ایده‌آل و نه صورت‌های حقیقی جسم‌های واقعی. اگرچه شکل‌های هندسی بازنمایی و نگاشتی از این صورت‌های واقعی‌اند و نتیجه‌های حاصل از آنها را می‌توان در جسم‌های واقعی به‌کار برد.

با آنکه یونانی‌های هندسه را به‌عنوان دانش شکل‌های ایده‌آل پایه‌گذاری کردند ولی در هر حال، این شکل‌های ایده‌آل را متناظر با ویژگی‌های روابط فضایی دنیای واقعی می‌ساختند. ولی با اندازه‌ها و فرم‌های دقیق. فضای انتزاعی آن‌طور که تیسوتن می‌فهمید بدون شک با هندسه اقلیدسی سازگار است. هیچ هندسه دیگری هم به اندیشه در نیامده بود (کانت، فیلسوف مشهور در پایان سده هیجدهم حتی به این اندیشه رسید که هندسه علمی حضوری و مستقل از تجربه است).

به این ترتیب در درون هندسه با تضادی مواجه می‌شویم: با آنکه هندسه دانشی مربوط به شکل ایده‌آل و ساخته ذهن است بدون هیچ قیدی درباره شکل‌ها و رابطه‌های فضایی دنیای واقع به‌کار می‌رود.

با همه این‌ها لیاچسکی و گاوس، درباره این هم‌خوانی دقیق هندسه ایده‌آل با هندسه دنیای واقعی، دچار شک شدند و امکان وجود هندسه دیگر، هندسه ناقص اقلیدسی را ممکن ساختند (همان‌طور که می‌دانیم لیاچسکی و همچنین بایای آن را شناختند و تکامل دادند پس در ابتدای سده بیستم نظریه نسبیت عمومی به وجود آمد که بنابر آن معلوم شد هندسه روابط فضایی دنیای واقعی، با هندسه اقلیدسی به صورت غیردقیقی بیان می‌شود (و این در مقیاس‌های خیلی بزرگ کیهانی مورد تأیید قرار گرفت).

به آن ترتیب هندسه اقلیدسی از دوران تجربه زاده شد و سپس با ایده‌آل کردن خود از آن جدا شده بود تا حدی تناظر کامل خود را با دنیای واقعی از دست داد. با وجود این، موقعیت جدید هیچ لطمه‌ای به آن به‌عنوان بخشی از ریاضیات خالص نرزد چراکه

به صورت دستگامی از نتیجه‌گیری‌های منطقی ناشی از اصل موضوع‌ها بود. بدون این که این مفهوم با روابط مربوط به دنیای واقعی بستگی داشته باشد.

تضاد درونی هندسه اقلیدسی، آن‌را به دو پاره تقسیم کرد. بخشی از هندسه همراه با بحث منطقی استثنایی آن در ریاضیات خالص باقی ماند و بخش دیگر آن همچون تجربه‌های فیزیکی به صورت دانشی برای مطالعه روابط دنیای واقعی که مثل هر نظریه فیزیکی بر تجربه تکیه دارد درآمد. دقت ایده‌آلی هندسه اقلیدسی که به‌عنوان دانش تجربی به وجود آمده بود دچار تضاد خاصی شد و به دانشی تبدیل شد که به خودی خود نتوانست هم‌خوانی با تجربه را تأمین کند و در ارتباط با تجربه غیردقیق از آب درآمد.

چنین تضادهایی و چنین تقسیمی از یک واحد به هندسه ریاضیات خالص و فلسفه فیزیکی درست با منطقی علمی سازگار است. نویسنده «دفاتر فلسفی» می‌نویسد: «درباره‌شدن واحد و درک تضاد بخش‌های آن، ماهیت منطقی علمی است. درستی این جنبه از مضمون منطقی علمی را باید تاریخ دانش تأیید کند».

و در تاریخ دانش می‌بینیم که هندسه واحد به دو بخش متضاد تقسیم می‌شود. بخشی که به ریاضیات محض مربوط است و بخش دیگری که با عمل ارتباط دارد. جدایی هندسه خالص ریاضی از تجربه، در نظریه مجموعه‌ها شدت می‌یابد. در نظریه مجموعه‌ها، شکل هندسی به‌عنوان مجموعه‌ای از نقطه‌ها، مجموعه‌ای از بی‌نهایت نقطه، در نظر گرفته می‌شود. رابطه این تصور، با شکل‌های دنیای واقع، دورتر و پیچیده‌تر می‌شود. وقتی در درون نظریه مجموعه‌ها، استدلال‌های منطقی را دنبال کنیم، گاهی به تضادهایی می‌رسیم که از دیدگاه دنیای واقع به کلی غیرقابل درک اند. (مثلاً ثابت می‌شود که می‌توان کره را به چنان بخش‌هایی تقسیم کرد که با تبدیل آن‌ها بتوان دو کره برابر با کره اصلی از این بخش‌ها درست کرد).

همان‌طور که گفتیم در مقیاس‌های کیهانی بود که نارسایی هندسه اقلیدسی کشف شد ولی اگر در زمین با توسل به نظریه نسبیت عمومی این نارسایی‌ها را مورد مطالعه قرار دهیم آن قدر ناچیزند که می‌توان از آن‌ها گذشت. در واقع، هندسه اقلیدسی در حد تجربه یا مقیاس‌های زمینی سازگار است (دقت اندازه‌گیری تجربی ما تا یک دهم طول موج نور است و اگر بخواهیم اشتباه ناشی از کاربرد هندسه اقلیدسی را در روی زمین کشف کنیم باید دقت اندازه‌گیری را دست‌کم ۱۰۰ بار بالا ببریم).

به این ترتیب، اگر نظریه مجموعه‌ها را کنار بگذاریم همان هندسه افلیدسی می‌تواند شکل‌های دنیای واقع را هم در عمل و هم در تئوری با دقتی که در حد تجربه زمینی ما خیلی بالاتر مورد مطالعه قرار دهد. ساختمان این هندسه را می‌توان بر پایه اصل موضوع‌ها و بدون بازی گرفتن از دیدگاه مجموعه‌ای با استدلال محکم قیاسی بنا کرد. البته هندسه ویژگی‌های دنیای واقعی و رابطه‌های فضایی دنیای واقع را منعکس می‌کند ولی به صورت ایده‌آلی آن. در واقع درباره مکانیک هم باید به همین ترتیب داری کرد. مکانیک، دستگاهی از نقطه‌های مادی و جسم‌های صلب را مورد مطالعه قرار می‌دهد که انعکاس از ویژگی‌های پدیده‌های مکانیکی دنیای واقعی به صورت ایده‌آلی آن‌هاست. مگر نه این است که نه نقطه مادی و نه جسم مطلق صلب در واقعیت وجود ندارد این‌ها صورت‌های ایده‌آلی واقعیت را بیان می‌کنند. بنابراین می‌توان گفت: رابطه‌ای که هندسه با دنیای واقعی دارد بدون دیدگاه مجموعه‌ای، بدون خط‌های راست نامتناهی به هیچ وجه بدتر از مکانیک نیست. ولی با انتخاب آن به عنوان یک دستگاه خالص منطقی نتیجه‌گیری‌ها به کلی از تجربه جدا می‌شود به این ترتیب هندسه در درون خود متضاد است به طور دائم از دنیای واقع و از جمله از رسم شکل جدا می‌شود و برعکس مرتب به سمت دنیای واقع و به سمت حل مسئله‌های عملی رو می‌آورد.

۹-۴ استدلال کردن و تصمیم‌گیری

به زبان ساده، تصمیم‌گیری عمل انتخاب میان دو یا چند مسیر یا گزینه است. در روندی کلی‌تر از حل مسائل، تصمیم‌گیری به معنای انتخاب بین راهکارهای موجود در یک مسئله است. از دو طریق شهود و استدلال یا ترکیبی از هر دو می‌توان تصمیم‌گیری کرد. شهود: شهود یعنی از احساس درونی‌تان درباره راه‌ها و اقدامات ممکن استفاده کنید با وجود اینکه مردم از آن به عنوان یک حس جادویی نام می‌برند، ولی در واقع شهود ترکیبی از تجربه‌های گذشته و ارزش و اعتقادات شخصی شماست. بهتر است شهود را جدی بگیرید و به آن توجه کنید، زیرا که دانسته‌های شما نسبت به زندگی را بازتاب می‌دهد. هر چند شهود همیشه بر اساس واقعیت نیست بلکه به نوعی برداشت و استنباط شماست، که از کودکی‌تان شروع شده و ممکن است هنوز هم به پختگی کامل نرسیده باشد.

پس بهتر است این احساس درونی را از نزدیک و به دقت بررسی کنید. به خصوص اگر احساسی بسیار قوی بر ضد یک مورد خاص دارید. تا ببینید می‌توانید بپذیرید که چرا این احساس را دارید و آیا توجیهی برای آن وجود دارد یا خیر. استدلال: استدلال یعنی از اطلاعات، حقایق و آمار و ارقام برای گرفتن تصمیم درست استفاده کنید. استدلال در مکان و زمان حال و حقایق ریشه دارد هر چند استدلال می‌تواند جنبه‌های احساسی تصمیم را نادیده بگیرد، به خصوص در مورد مسائلی که به گذشته مربوط می‌شود و می‌تواند روی تصمیم تأثیر بگذارد. شهود یک راه قابل قبول برای تصمیم‌گیری است و به طور کلی برای تصمیم‌های ساده‌تر و تصمیم‌هایی که باید سریع گرفته شوند کاربرد دارد. تصمیم‌های دشوارتر نیاز به رویکرد با قاعده و ساختار یافته دارد و معمولاً در آن از شهود و استدلال باهم استفاده می‌شود. مهم است که از عواقب و نتایج تصمیم‌های آنی در یک موقعیت نیز آگاه شوید. تصمیم‌گیری مؤثر: تصمیم‌ها باید قابلیت اجرا داشته باشند، چه به صورت فردی و چه در مراحل سازمانی. پس باید به آن به صورت فردی پایبند باشید و بتوانید دیگران را نیز به صلاحیت آن تصمیم متقاعد کنید. یک فرایند تصمیم‌گیری مؤثر باید به گونه‌ای باشد که بتوانید اطمینان حاصل کنید که قابل اجراست.

چه چیزی می‌تواند برای یک تصمیم‌گیری مؤثر مانع ایجاد کند؟

تعدادی مسئله وجود دارد که می‌تواند مانع تصمیم‌گیری مؤثر شود که عبارت‌اند از:

۱. نداشتن اطلاعات کافی

اگر اطلاعات کافی نداشته باشید، مانند این است که بخواهید بدون هیچ پایه و اساسی تصمیم‌گیری کنید.

زمان بگذارید و داده‌های لازم را جمع‌آوری کنید تا بتوانید دقیق‌تر تصمیم بگیرید حتی اگر زمانتان محدود است. اگر لازم است، اطلاعاتی که جمع‌آوری کرده‌اید را با شاسی‌ای اینکه کدام برایتان مهم‌تر است، اولویت‌بندی کنید.

۲. اطلاعات بیش از حد

مسئله‌ای که دقیقاً برعکس مورد اول است، ولی اغلب در هنگام تصمیم‌گیری دیده می‌شود، داشتن اطلاعات ضد و نقیض زیاد است که باعث می‌شود نتوانید تصویر کلی و مهم را ببینید.

این فقه گامی اوقات «عجز در تجزیه و تحلیل» نامیده می‌شود. و همچنین به‌عنوان یک تکلیف برای تعویق تصمیم‌گیری‌های سازمانی استفاده می‌شود. به این شکل که قبل از تصمیم‌گیری با اطلاعات بسیار زیادی مواجه می‌شوند. این مسئله اغلب می‌تواند با جمع کردن همه افراد دور هم و تصمیم به اینکه کدام اطلاعات واقعاً مهم است و چرا مهم است، حل شود و اینکه یک محدوده زمانی معین برای تصمیم‌گیری (که شامل یک مرحله جمع‌آوری اطلاعات است) مشخص شود.

۳. تعداد افراد پیش از حد

تصمیم‌گیری توسط یک هیئت یا گروه، سخت است. هرکس دیدگاه و ارزش‌های خاص خودش را دارد. همان‌طور که دانستن دیدگاه دیگران مهم است، اینکه یک نفر مسئولیت تصمیم‌گیری را برعهده بگیرد نیز مهم است. بعضی اوقات، هر تصمیمی بهتر از تصمیم‌نگرفتن است.

۴. منفعت و علائق شخصی

فرایند تصمیم‌گیری اغلب به دلیل منافع و علائق شخصی با شکست مواجه می‌شود. این علائق شخصی ممکن است به‌طور آشکار و واضح بیان نشود ولی می‌تواند یک مانع بزرگ و اساسی باشد. این منافع چون به‌طور واضح بیان نشده‌اند، شناسایی دقیق و ملاحظه کردن آن‌ها سخت است، ولی بعضی اوقات بررسی دقیق شرایط با فردی که بیرون از این پروسه تصمیم‌گیری است ولی در شرایط مشابهی قرار دارد، می‌تواند کمک‌کننده باشد.

۵. وابستگی احساسی

مردم معمولاً به شرایط موجود خیلی وابسته‌اند. تصمیم‌ها باعث ایجاد تغییر می‌شوند و این قضیه باعث می‌شود خیلی از افراد تصمیم‌گیری را دشوار بدانند. برای غلبه به این حس، راهکارها و مقالات متعددی وجود دارد فقط به یاد داشته باشید که تصمیم‌نگرفتن خودش یک تصمیم است.

۶. نداشتن وابستگی احساسی

بعضی اوقات تصمیم‌گیری به این دلیل مشکل می‌شود چون هیچ‌کدام از راه‌ها برایتان فرقی نمی‌کند.

در این صورت، با تشخیص جوانب مثبت و منفی هر مسیر، روند تصمیم‌گیری سازمان‌یافته شکل می‌گیرد به گونه‌ای که شاید حتی به آن فکر هم نکرده بودید. استفاده از یک فرایند سازمان‌یافته برای تصمیم‌گیری به خیلی از این مسائل می‌تواند غلبه کنید. اینکار همچنین کمک می‌کند تا:

- تصمیم‌گیری‌های پیچیده و دشوار را به مراحل ساده‌تر تبدیل کنید؛
 - مشاهده کنید که چگونه با این روش، تصمیم‌گیری‌ها به‌خوبی پیش می‌روند؛
 - جوری تصمیم‌گیری‌ها را برنامه‌ریزی کنید که از موعد مقرر آن‌ها رد نشود.
- تکلیک‌های مختلفی برای تصمیم‌گیری وجود دارد؛ از قوانین ساده گرفته تا شرایط پیچیده. راهکار و روش‌های قابل استفاده بسته به پیچیدگی تصمیم، انتخاب می‌شوند.

خلاصه فصل نهم

اعداد حسابی همان اعداد طبیعی هستند که صفر هم به آن‌ها اضافه شده است. مجموعه اعداد صحیح یا اعداد درست که آن را با Z نمایش می‌دهند عبارتند از $\{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$.

اعداد طبیعی، اعدادی هستند که برای شمردن به‌کار می‌روند. مجموعه اعداد طبیعی $\{ 1, 2, 3, \dots \}$ است.

در ریاضیات، مجموعه اعداد طبیعی را با نماد N نمایش می‌دهند. این حرف از آغاز واژه انگلیسی Natural، به معنای طبیعی، گرفته شده است.

علم جبر یعنی «استخراج مجهول» آنقدر پشت پرده تعصب تاریخی پنهان شود که حتی اشاره به مفهوم «مجهول» هم در تعریف آن از قلم بیفتد. این مفهوم باستانی یعنی استخراج مجهول، که لفظ آن حداقل از قرن چهارم هجری در مورد علم جبر به‌کار رفته است، نه تنها صریحاً در کتب ریاضی‌دانان این دوره از تاریخ به چشم می‌خورد، مفهوم نجومی هر علم و ثبت تاریخ آن دورکنی هستند که نه تنها از هم قابل تفکیک نمی‌باشند بلکه هرکدام به‌نوعی به آن دیگری متکی است، بدین معنی که هیچ علمی بدون در نظر گرفتن بعد تاریخی آن بیش از یک تعریف قراردادی نیست و نگارش تاریخ هر علمی نیز به مفهومی از این علم نیازمند است که هم از نظر شواهد تاریخی قابل تأیید باشد و هم گمراه‌کننده نباشد. شکل هندسی چیزی جز تصویر و بازتاب جسم واقعی نیست ولی

به صورتی که از همه ویژگی های دیگر به جز شکل، حتی از بعضی اندازه های خود جدا شده باشد. هندسه به عنوان ابزار حل مسئله های عملی تکامل یافت و بر این زمینه به عنوان یک دستگاه منطقی انتزاعی یا بکار بسته گزاره های قابل اثبات (قضیه ها) تنظیم شد. موضوع هندسه عبارت است از شکل های ایده آل و نه صورت های حقیقی جسم های واقعی. اگر چه شکل های هندسی بازنمایی و نگاشتنی از این صورت های واقعی اند و نتیجه های حاصل از آن ها را می توان بر جسم های واقعی به کار برد. در درون هندسه با تضادی مواجه می شویم با آنکه هندسه دانشی مربوط به شکل ایده آل و ساخته ذهن است بدون هیچ قیدی در سار و شکل ها و رابطه های فضایی دنیای واقع به کار می رود. در تاریخ دانش می بینیم که هندسه واحد به دو بخش متضاد تقسیم می شود: بخشی که به ریاضیات محض مربوط است و بخش دیگری که با عمل ارتباط دارد.

شهود یعنی از احساس درونی تان درباره راه ها و اقدامات ممکن استفاده کنید. با وجود اینکه مردم از آن به عنوان یک حس جادویی نام می برند، ولی در واقع شهود ترکیبی از تجربه های گذشته و ارزش و اعتقادات شخصی شماست. استدلال یعنی از اطلاعات، حقایق و آمار و ارقام برای گرفتن تصمیم درست استفاده کنید. استدلال در مکان و زمان حال و حقایق ریشه دارد که می تواند مانع تصمیم گیری مؤثر شود.

خود آزمایی چهارگزینه ای فصل نهم

- با پاسخ دادن به نمونه هایی از پرسش های امتحانی خود را بیازمایید.
- ۱. اعداد حسابی همان اعداد طبیعی هستند که هم به آن ها اضافه شده است.
 - الف) عدد صفر
 - ب) عدد یک
 - ج) عدد دو
 - د) عدد سه
- ۲. اعداد صحیح یا اعداد درست را با کدام علامت نمایش می دهند؟
 - الف) علامت Q
 - ب) علامت N
 - ج) علامت X
 - د) علامت Z
- ۳. مشخصات تفکر در مسائل به صورت جبری کدام یک از گزینه های زیر می باشد؟
 - الف) قابلیت به کاربرد نمادها
 - ب) سروکار داشتن با نسبت های ریاضی، نه اشیای ریاضی

- ج) رهایی از درگیری های مربوط به وجود خارجی مفاهیم
- د) همه موارد
- ۱. مفهوم باستانی که لفظ آن حداقل از قرن چهارم در مورد علم جبر به کار رفته است کدام است؟
 - الف) استخراج مجهول
 - ب) معادلات درجه دوم
 - ج) جداسازی ریاضی
 - د) همه موارد
- ۵. مهم ترین راهبردهای حل مسئله کدام گزینه می باشد؟
 - الف) رسم شکل
 - ب) آسان سازی
 - ج) محور
 - د) حذف حالات نامطلوب

فصل دهم

شکل گیری مفاهیم اندازه گیری

هدف کلی
آشنایی با مفاهیم اندازه گیری و تدریس آنها در مدارس ابتدایی

هدفهای یادگیری

- پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:
1. مفاهیم اندازه گیری را شرح دهید.
 2. مراحل تدریس مفاهیم اندازه گیری لازم است، نام ببرید.
 3. روش تدریس اندازه گیری طول را تشریح کنید.
 4. روش اندازه گیری سطح را تدریس کنید.
 5. تفاوت میان اندازه گیری سطح با واحدهای انتخابی و سانتی متر، متر مربع بیان کنید.
 6. روش آموزش مساحت متوازی الاضلاع و لوزی را توضیح دهید.
 7. نحوه اندازه گیری حجم را آموزش دهید.

مقدمه

اندازه گیری یکی از کلیدهای اصلی در ریاضی و علوم هست که در عهد کودکی، پیش دبستانی، کلاس اول و کلاس دوم مربی ها و معلمین خیلی تلاش می کنند تا به بچه ها مفهوم آنها بشناسانند و تفهیم آن به صورتی قابل لمس کمی سخت هست ولی برای مفهوم اندازه گیری اگر به درستی انجام شود، برای کودکان بسیار جذاب است.

در این فصل، مفهوم اندازه‌گیری و روش‌های مختلف اندازه‌گرفتن یک چیز را آموزش می‌دهیم. همچنین تلاش میکنیم اندازه‌گیری طول، عرض، گنجایش و حجم را به بچه‌ها یاد بدهیم.

مفهوم اندازه‌گیری در کودکان به تدریج صورت می‌گیرد و آن‌گونه که پیاز (۱۹۶۵) بیان داشته است کاملاً وابسته به دوره‌های تحولی روان‌شناختی است. بدین معنا که نخست کودک بایستی دوره تحولی را کسب کرده باشد و سپس توانایی یادگیری مفاهیم اندازه‌گیری را خواهد داشت. بنابراین یادگیری اندازه‌گیری باید براساس تجربه شخصی کودک باشد. تجارب شخصی کودکان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و باید به‌دقت برنامه‌ریزی شوند و پیشرفته و هدف‌دار باشند. در موقعیت‌هایی که کودک سرگرم بازی است مواردی پیش می‌آید که او ناچار است اندازه‌گیری کند. در این موقعیت‌ها است که معلم می‌تواند کودک را با مفهوم اندازه‌گیری مانند درازت‌ترا، سنگین، سنگین‌تر، کمتر و بیشتر و... آشنا کند (اینتانام و وانگوانیش، ۲۰۱۴).

به‌صورت کلی، اندازه‌گیری فرایند نسبت‌دادن اعداد به ویژگی‌های مختلف است. کودکان به‌کمک واحدهای مختلف در اندازه‌گیری به تدریج پیشرفت می‌کنند. مثلاً در اندازه‌گیری معمولی می‌گویند یک قاشق نمک ریخته شد؛ یک پارچ پر از آب سر سفره آوردند؛ یک استکان آب خوردند؛ دو استکان برنج آوردند؛ مادرم پخت. اما هرچه در اندازه‌گیری‌های از این قبیل واحدها استفاده می‌کنند بیشتر متقاعد می‌شوند که به نتایج آن‌ها نمی‌توان اطمینان داشت. مثلاً وقتی هرکس اتاق درس را با پای خود اندازه می‌گیرد نتایج حاصل یکتا نیست و کم‌کم دانش‌آموزان به این نتیجه می‌رسند که لازم است واحد اندازه‌گیری میزان ثابتی داشته باشد و همه نیز آن‌را بدانند و به‌کار ببرند. در این وقت می‌توان واحدهای اندازه‌گیری استاندارد را به کودکان معرفی کرد (ساولسبرگ، ۲۰۱۶).

مسئله اصلی در تدریس اندازه‌گیری این است که کودک درک کند برای اندازه‌گیری هر کمیتی می‌توان واحدی از جنس همان کمیت انتخاب کرد که واحد مذکور در آن کمیت به تعداد یک‌بار و بیشتر بگنجد. براساس دیدگاه پیاز، این توانایی در کودکان معمولاً در سنین ۶ تا ۱۲ سال رشد می‌کند. ضمناً کودک توانایی اندازه‌گیری چند کمیت را در یک زمان ندارد. مثلاً کودک نمی‌تواند طول و حجم را در یک زمان اندازه بگیرد. دانش‌آموزان باید توجه داشته باشند که درجه دقت اندازه‌گیری امر بسیار

می‌باشد و در موقعیت‌های مختلف این درجه دقت و همچنین صحت اندازه‌گیری متغیر خواهد بود. مهم‌ترین موضوع‌های اندازه‌گیری در مدارس ابتدایی اندازه‌گیری طول و سطح، حجم، زمان، وزن و پول می‌باشد. این موارد با توجه به رشد تفکر دانش‌آموزان و نیازهای اجتماعی آنان در برنامه‌های آموزش ابتدایی پیش‌بینی شده است و معلمان باید در ارائه آن‌ها برنامه‌ریزی لازم را انجام دهند (عزیزخواه، ۱۳۹۰؛ دلورین، ۲۰۱۰).

۱-۱-۱ پیش‌نیازهای مربوط به کلاس درس اندازه‌گیری

پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان در گروه‌های کوچک (حداکثر ۵ نفر در یک گروه)، سازمان داده شوند و کار عملی اندازه‌گیری را یک گروه، با راهنمایی معلم انجام دهند. درحالی‌که سایر گروه‌ها در محل‌های خود نشسته‌اند به‌همراه گروه فعال و با استفاده از نمونه کار آن‌ها کار می‌کنند. البته تمرین‌های عملی باید به‌میزان لازم پیش‌بینی شود تا هر گروه فرصت داشته باشد در کار عملی نظارت‌شده از طرف معلم و دانش‌آموزان مشارکت فعال نماید. مسئله مهم در این روش بحث‌وگفتگویی است که معلم با گروه فعال دارد. زیرا این بحث‌وگفتگو، معلم و دانش‌آموزان را مطمئن می‌سازد که دانش‌آموزان ضمن کارهای عملی مفاهیم اندازه‌گیری را کشف و یاد می‌گیرند. واحدهای اندازه‌گیری استاندارد دارای سیستم اعشاری‌اند. بنابراین تا زمانی‌که دانش‌آموزان ارزش مکانی ارقام و کسر اعشاری را نخوانده‌اند واحدهای اندازه‌گیری به‌صورتی تدریس می‌شود که دانش‌آموز روی تبدیل اضعاف واحد به اجزای آن و بالعکس کاری انجام نمی‌دهد. تنها بنا به نیاز و موقعیت‌های پیش‌آمده از واحدهای اندازه‌گیری استفاده می‌کند. مثلاً برای اندازه‌گیری طول اتاق از متر، فاصله دو شهر از کیلومتر و طول کتاب درسی از سانتی‌متر استفاده می‌کند. البته در مورد تبدیل کیلومتر به متر و برعکس کاری صورت نمی‌گیرد (شکوهی، ۱۳۶۳).

۱-۱-۱-۱ موقعیت تدریس اندازه‌گیری

برای اینکه امر یاددهی اندازه‌گیری‌ها به شیوه مناسب انجام شود، کودک باید از نظر ذهنی آمادگی اندازه‌گیری را پیدا کند. بعد از اینکه چهار عامل زیر در تفکر کودک ظاهر شد او می‌تواند مفهوم اندازه‌گیری را درک کند و دست به اندازه‌گیری زند.

۱. تجسم فضایی اشیا و تعیین محل آنها در دوباره‌سازی فکری
۲. توجه به مفهوم بیشتری یا کمتری در مقایسه دو کمیت
۳. نگهداری ذهنی فاصله
۴. نگهداری ذهنی طول

۱۰-۲-۱-۱۰ تجسم فضایی اشیا

چه زمانی کودک توانایی پیدا می‌کند که نحوه قرار گرفتن اشیا را روی صفحه و در فضا درک نماید؟ برای اینکار لازم است فواصل اشیا را تجسم کند و برای فعالیت عملی یک تصور ذهنی روشن از مشاهدات خود داشته باشد.

مثال: تعدادی از اسباب‌بازی‌های یک کودک را انتخاب می‌کنید و در اتاقی قرار می‌دهید. سپس در اطاق مجاور نظیر همان اسباب‌بازی‌ها در اختیار کودکی گذاشته می‌شود تا او شبیه به آنچه در اتاق دیگر دیده است بسازد.

کودکان برای اینکه بتوانند عمل مذکور را انجام دهند باید نکات خاصی را به‌عنوان مرجع فضات در نظر گیرند. سپس با استفاده از مرجع محل‌ها را تشخیص دهند و دوباره‌سازی کنند. البته کودکان زیر ۶ سال معمولاً از طریق حسی و حرکتی چند نقطه را در یک فاصله مانند فاصله خانه تا مدرسه به‌عنوان نکات اصلی نشانه‌گذاری می‌کنند ولی تصور ذهنی کاملی از نقشه محل ندارند. در سنین ۸ و ۹ سالگی است که فضا برای کودکی به‌صورت یک کل هماهنگ ظاهر می‌شود و او می‌تواند علائم و نشانه‌هایی را به‌صورت ثابت و مرجع تصور و سایر نقاط را از روی آنها تعیین کند. ولی اگر نقشه کودک یا اتاق مورد اشاره در مثال بالا را ۱۸۰ درجه بچرخانید کودکان کلاس‌های پایین ابتدایی به‌علت برگشت‌ناپذیری^۱ تفکر قادر نیستند از روی نقشه چرخانده‌شده، همان نقاط را در محل دیگری دوباره‌سازی کنند. البته کودکان در سنین ۸ و ۹ سالگی در صورتی که نقشه اولی ۱۸۰ درجه چرخانده شود باز می‌توانند نقاط مختلف را روی صفحه مشابهی دوباره‌سازی کنند.

۱۰-۲-۱-۱۰ مفهوم بیشتری و کمتری

به‌منظور اینکه کودک قادر باشد طول کمیتی را اندازه‌گیری کند باید بتواند تصور طول کمیت را در حالت کلی داشته باشد. سپس این کل را با اجزایی از همان جنس

اندازه‌گیری و نتیجه را اعلام کند. برای اینکه این توانایی در کودک پیدا شود لازم است اولاً با نگهداری ذهنی طول آشنا شده باشد و همچنین بتواند کل را در قالب اجزا ببیند یا تصور ذهنی از این مقوله داشته باشد که طی فعالیت‌های جداگانه این واقعیت‌ها روشن خواهد شد (مورگان و دی‌رایتو، ۲۰۱۶).

به‌منظور دستیابی به توانایی کودک در زمینه اندازه‌گیری بهتر است آزمایشی به‌شکل زیر انجام داد.

آزمایش: بلوک‌های رنگی در اندازه‌های مختلف در اختیار کودک قرار می‌گیرد و معلم در ابتدا با استفاده از این بلوک‌ها برجی به ارتفاع حداکثر ۱۵ سانتی‌متر درست می‌کند و سپس از کودکان می‌خواهد نظیر آن را به‌کمک بلوک‌های دیگری بسازند. البته بین این دو میز پرده‌ای کشیده می‌شود که دانش‌آموز دسترسی به مدل کار نداشته باشد. دانش‌آموز سعی می‌کند برجی نظیر آنچه در روی میز ساخته شده است بسازد. البته به کودک اجازه داده می‌شود تا هر چندبار که می‌خواهد به محل برج اول برگردد و آنرا ببیند. به تجربه ثابت شده است در سنین ۳ تا ۵ سال کودکان در مقایسه دو برج را بر اساس ادراک حسی انجام می‌دهند. در اواخر هفت‌سالگی کودک به‌دنبال یک کمیت واسطه می‌گردد تا به‌وسیله آن هر دو برج را اندازه‌گیری کند. البته ابتدا سعی می‌کند این کمیت واسطه را هم طول برج‌ها انتخاب کند سپس این کمیت که به‌جای واحد اندازه‌گیری انتخاب می‌شود کوچک‌تر از طول برج‌ها خواهد بود. در سنین ۹ سالگی و گاهی بیشتر کودک قبول می‌کند یک واحد اندازه‌گیری از جنس کمیت را برای اندازه‌گیری به‌کار ببرد. مثلاً، در اندازه‌گیری طول از خط‌کش استفاده می‌کند. البته در این مرحله در ذهن کودک خاصیت مربوط به کمیت‌های اندازه‌گیری یا کمیت‌هایی که مقایسه می‌شوند انتقال می‌یابد. این استدلال در وهله اول به‌طور عملی یا در عمل اتفاق می‌افتد که به‌تدریج ذهنی شده و در حالت منطقی انجام می‌پذیرد (عزتنخواه، ۱۳۹۰).

۱۰-۳-۱-۱۰ نگهداری ذهنی فاصله

چنانچه کودک از پاره‌خط AB تصور ذهنی پیدا می‌کند که درک کند فاصله A از B برابر فاصله B از A است. به‌عبارت دیگر اگر در این فاصله مانی قرار بگیرد این فاصله کوتاهتر و درازتر نخواهد شد و فاصله ثابت می‌ماند.

جهت ثابت این موضوع می توان آزمایش ساده‌ای ترتیب داد که در آن کودک ناظر فاصله معین دو شیء (حدود ۷۰ سانتی متر) است. در این موقع از کودک سؤال می کنیم (فرض کنیم این دو شیء دو عروسک باشد) آیا این دو عروسک به هم نزدیک یا دورند. سپس مفوایی بین دو عروسک گذاشته و سؤال را دوباره تکرار می کنیم. می خواهیم بدانیم آیا کودک با فرار گرفتن مفوایی بین دو عروسک تصور می کند که فاصله تغییر کرده است؟ در سنین ۴ و ۵ سالگی با گذاشتن پرده کودک فاصله A و B را متغیر، تصور می کند. به عبارت دیگر، به نظر کودک مفوا فاصله را تغییر می دهد. در سنین ۶ و ۷ سالگی کودک فکر می کند با گذاشتن مفوا فاصله کمتر شده است و همچنین اگر یکی از عروسک‌ها را بزرگ و دیگری را کوچک انتخاب کنیم کودک فاصله A تا B و B تا A را مساوی فرض نمی کند. حدود هفت سالگی به بعد کودک می تواند در همه حالات فاصله را ثابت تصور کند. کودک تا زمانی که برگشت پذیری تفکر در او پیدا نشده است نمی تواند اندازه ثابت بین A تا B و B تا A را درک کند. همچنین به هنگام اندازه گیری یا خط کش اگر خط کش جابه جا شود فاصله دو سر آن را ثابت تصور نمی کند. بنابراین زمانی می توانیم اندازه گیری پاره خط‌ها و مقایسه آن‌ها را تدریس کنیم که کودک در آزمایش بالا موفق شده باشد. معمولاً پایه و اساس تصمیم گیری های کودک در استدلال روابط منطقی، ادراک حسی است روی این اصل فاصله A تا B را چنانچه دو عروسک بزرگ و کوچک در این دو نقطه قرار گرفته باشد مقارن تصور نمی کند (شکوهمی، ۱۳۶۳).

۱۰-۴- نگهداری ذهنی طول

کودک در سنین پایین تصور می کند هر کمیتی که متحرک است طول آن نیز تغییر می یابد. آزمایش ساده زیر نشان خواهد داد که کودک در چه سن‌وسالی آمادگی دارد تا اندازه گیری یک کمیت با واحدی که از جنس آن انتخاب شده است به عمل آورد.

آزمایش: دو قطعه چوب کبریت به صورت موازی و در یک ردیف روی میز قرار می دهیم. و از کودک سؤال می کنیم که آیا این دو چوب کبریت طولشان مساوی است یا نه؟ یا اینکه کدام یک از چوب‌ها درازتر است. بعد از اخذ پاسخ یکی از چوب کبریت‌ها را جابه جا می کنیم و دوباره سؤال‌ها را تکرار می کنیم. البته قبل از حرکت دادن چوب کبریت با نزدیک تر کردن دو چوب کبریت به هم دیگر به کودک نشان می دهیم که

شکل گیری مفاهیم اندازه گیری ۱۶۵

این دو چوب کبریت برابر هستند. باید دقت شود که با انتخاب کلمات نامأنوس کودک را در پاسخ دادن دچار مشکل نکنیم.

کودکان در سنین کودگستانی غالباً پاسخ می دهند چوب کبریتی که حرکت کرده و در فاصله بالاتری قرار گرفته بزرگتر است. رفته رفته که کودک از نظر تفکر پیشرفت می کند در کلاس اول و دوم دبستان با آزمایش و خطا به سؤال پاسخ می دهد و پس بعد از هفت سالگی کودک پاسخ قطعی می دهد و خواهد گفت با اینکه چوب کبریت تغییر محل داده است باز هم برابرند. در این آزمایش کودکان بی خواهند برد که اندازه طول هر شیء بستگی به حرکت آن ندارد و در حال حرکت نیز این اندازه ثابت می ماند.

به طور کلی در تحقیقات پیازه ثابت شده است کودکان در سنین ۸ و ۹ سالگی می توانند واحد اندازه گیری را در ذهن خود تصور کنند و دو کمیت A و B را با آن اندازه گیری بگیرند و حاصل را باهم مقایسه کنند. البته باید در نظر داشت که فعالیت‌های مذکور در این قسمت منحصرأ مقایسه اندازه‌های کیفی اند مانند اینکه کدام مداد درازتر است؟ یا کدام جسم بزرگتر است؟ در سنین ۸ و ۹ سالگی کودکان قادر خواهند بود به اندازه گیری کمی نیز بپردازند و نتیجه را اعلام دارند. برای آماده ساختن کودکان جهت اندازه گیری لازم است نوارهایی به اندازه‌های مختلف تهیه کرد و در اختیار کودکان قرار داد و سپس از آن‌ها خواست با یکی از نوارها که در حقیقت آنرا واحد انتخاب می کنند سایر نوارها را اندازه بگیرند (نیلماز، ۲۰۱۴).

۱۰-۵- اندازه گیری طول

به طوری که قبلاً نیز اشاره شد اولین تجارب کودکان در اندازه گیری درازا ممکن است با وسایل بسیار ساده موجود در محیط صورت گیرد. مثلاً طول اتاق درس را با قدم، طول کاغذ را با انگشت و طول نیمکت مدرسه را با وجب اندازه می گیرند. این تجارب آن‌ها را متقاعد خواهد کرد تا از واحدی ثابت برای اندازه گیری طول استفاده کنند. معرفی متر، اجزا و اضعاف آن در این زمان صورت می گیرد زیرا دانش آموزان احتیاج به واحد قابل قبولی در اندازه گیری دارند.

برنامه ریزی برای آموزش اندازه گیری طول: مطابق با لگوسی عزنخواه (۱۳۹۰) و شکوهمی (۱۳۶۳) مراحل فعالیت‌های دانش آموزان طوری پیش بینی می شود که دانش آموزان

- با کار و کوشش شخصی و تجربیاتی که انجام می دهند اندازه گیری طول را یاد بگیرند.
۱. دانش آموزان در گروه های دو الی سه نفری طول، عرض و ارتفاع نیمکت را با وجوب، طول و عرض کتاب درسی را با انگشت و طول اتاق درس را با قدم اندازه می گیرند. نتایج حاصله متفاوت است. با کمک و راهنمایی معلم معلوم خواهد شد که تفاوت ها به علت کاربرد واحدهای اندازه گیری است.
 ۲. دانش آموزان طول، عرض و ارتفاع نیمکت و همچنین طول و عرض کاغذ را با خط کش که به سانتی متر درجه بندی شده است اندازه گیری می گیرند. جالب اینکه نتیجه اندازه گیری همه کودکان و در دفعات متعدد یکسان است.
 ۳. دانش آموزان طول اتاق را با نوار یکمتری اندازه می گیرند. ممکن است طول اتاق چند متر و چند سانتی متر شود که با راهنمایی معلم این اندازه گیری صورت می گیرد. جالب است که نتایج به دست آمده در دفعات متوالی یکسان خواهد بود.
- دانش آموزان در موارد ۱، ۲ و ۳ تمرینات عملی متعددی انجام می دهند ولی بعد از چند مورد اندازه گیری معلم از آنها می خواهد که اول اندازه ها را تخمین بزنند و سپس اندازه گیری کنند و اشتباهات را بنویسند.

اندازه گیری واقعی و تخمینی

کمیت مواد اندازه گیری	اندازه تخمینی	اندازه واقعی	میزان اشتباه
طول نیمکت مدرسه	۹۵ سانتی متر	۱۰۵ سانتی متر	۱۰ سانتی متر کمتر
عرض نیمکت مدرسه	۲۵ سانتی متر	۲۰ سانتی متر	۵ سانتی متر بیشتر

۴. دانش آموزان خطوط روی صفحه کاغذ و سپس خطوط منحنی و شکسته را با خط کش های سی سانتی متری معمولی اندازه می گیرند و اندازه های به دست آمده را یادداشت می کنند. برای اندازه گیری خطوط منحنی می توان از نوار متری استفاده کرد یا اینکه نخ روی خط منحنی قرار گیرد و سپس طول نخ اندازه گرفته شود.
۵. اندازه گیری با نوار متر ادامه می یابد و هر دانش آموز می تواند قد، دور کمر، دور گردن و... دانش آموز دیگری را اندازه بگیرد و در کلاس جدولی درست کند.

(اندازه ها به سانتی متر است)

نام دانش آموز	اندازه قد	دور کمر	دور گردن

در اندازه گیری محیط اشکال هندسی می توان ابتدا از کتب و دفاتر دانش آموزان شروع کرد. سپس با اشکال هندسی که خود ساخته یا رسم کرده اند ادامه داد. بعد از کسب تجربه در مورد اشکال هندسی می توان قاعده کلی محاسبه محیط را نشان داد. مثلاً در مورد دور کاغذ که مستطیل شکل است گفته می شود این شکل دو طول و دو عرض دارد و با هم مساوی هستند و محیط آن برابر است با حاصل جمع دو طول و دو عرض. در اندازه گیری طول، عرض و محیط حیاط مدرسه آغاز دیگری است که دانش آموزان به کمک آن می توانند اندازه فاصله های زیادتر را به دست آورند مانند فاصله خانه تا مدرسه، فاصله خانه تا خیابان اصلی و...

تجربه کودکان در مسافرت های خانوادگی و بین شهری به آنان کمک می کند. تا با واحد اندازه گیری فاصله شهرها که معمولاً به کیلومتر است آشنا شوند.

۸. هر دانش آموز دایره ای رسم می کند و با نخ دور آن را اندازه می گیرد و بعد اندازه نخ را پیدا می کنند. او قطر دایره را نیز اندازه می گیرد و می بیند که وقتی اندازه محیط دایره را به قطر دایره تقسیم می کند عدد ثابتی به دست می آید. معلم عدد پی را به این وسیله معرفی می کند. دانش آموزان با آزمایش های متعددی که انجام می دهند، عدد پی را بارها به دست می آورند.

و نتیجه می گیرند که: $\pi = \text{محیط دایره} \div \text{قطر دایره}$

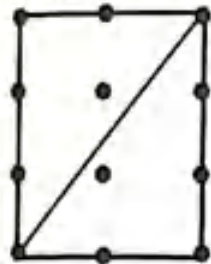
۹. اندازه گیری روی اجسام هندسی نیز با استفاده از خط کش سانتی متری صورت می گیرد. دانش آموز بعد از به دست آوردن اندازه هر جزء از اجسام هندسی آنرا یادداشت می کند. مثلاً در مکعب مستطیل، اندازه طول، عرض و ارتفاع را پیدا می کند و می نویسد.

۱۰. وقتی دانش آموز تمرینات لازم را در زمینه اندازه گیری با سانتی متر، متر و کیلومتر انجام دادند معلم می خواهد که قبل از اندازه گیری هر فاصله ای ابتدا آنرا تخمین بزنند و بعد اندازه بگیرند و اشتباه خود را دریابند.

۱۱. انجام فعالیت های مندرج در مراحل فوق الذکر به دانش آموز کمک می کند مفهوم اندازه طول را درک کنند ولی تمرین های عملی متعددی لازم است تا مفهوم مورد نظر در ذهن کودک نقش بندد.



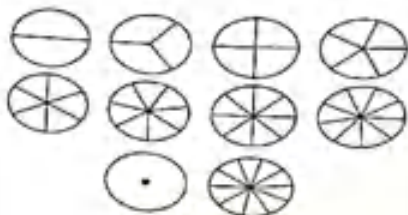
۲. یک مستطیل به طول ۳ و به عرض ۲ رسم کنید.
 الف) مساحت مستطیل برابر است با مربع
 ب) مساحت مثلث برابر است با مربع



۱. یک ذوزنقه قائم‌الزاویه رسم کنید.
 مساحت ذوزنقه برابر است با مربع



۵. یک ذوزنقه مانند شکل زیر رسم کنید.
 مساحت ذوزنقه برابر است با مربع



۶-۱۰ اندازه‌گیری سطح

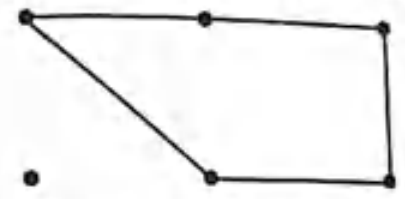
برای فراهم آوردن موقعیت تدریس اندازه‌گیری سطح، به دانش‌آموز گفته می‌شود که سطح یک مستطیل برابر است با طول مستطیل ضربدر عرض آن. دانش‌آموزان ارتباطی میان حاصل ضرب و اندازه سطح نمی‌بینند و تنها با گفته معلم خود قانع می‌شوند. بهتر است دانش‌آموزان سطح اطاق یا محوطه خانگی را در نظر بگیرند که با موزائیک یا سنگ فرش شده است و سؤال به این ترتیب مطرح شود: چند موزائیک کف اتاق را پوشانده است؟ کف حیاط یا چند قطعه سنگ فرش شده است؟ به تجربه کودکان در می‌یابند که اگر موزائیک‌ها بزرگ یا کوچک باشند تعداد آن‌ها فرق می‌کند. در این قبیل تجارب دانش‌آموزان نیاز به واحد استاندارد را احساس می‌کنند (اونلو و ارتکین، ۲۰۱۳).

اندازه‌گیری مقدماتی سطح: فعالیت‌های زیر برای هر یک از دانش‌آموزان پیش‌بینی شده است که قبل از آشنایی با واحد استاندارد مانند مترمربع، سانتی مترمربع در اندازه‌گیری سطح موردنیاز است. برای این تمرینات لازم است از کاغذ شطرنجی که مطابق شکل نقطه‌گذاری می‌شود استفاده کرد (شکوهی، ۱۳۶۳؛ عزتخواه، ۱۳۹۰).
 ۱. یک مستطیل رسم کنید که اضلاع مستطیل رنگی باشد. مساحت مستطیل برابر مربع است.

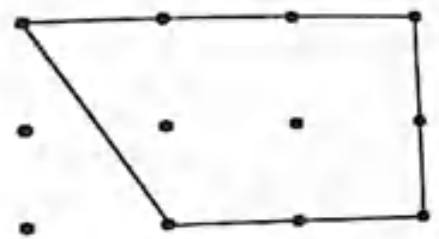


۲. مستطیلی مثل آنچه در تمرین یک رسم کردید، رسم کنید. آن را به دو مثلث تقسیم کنید.
 الف) آیا مساحت مثلث‌ها برابر است؟
 ب) مساحت هر مثلث برابر است با مربع.

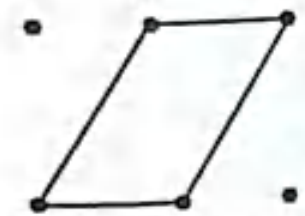
۶ یک دوزنقه مانند شکل زیر رسم کنید.
الف) می‌توانید آن را دو شکل (مربع و مثلث) تقسیم کنید؟
ب) مساحت دوزنقه چقدر است؟



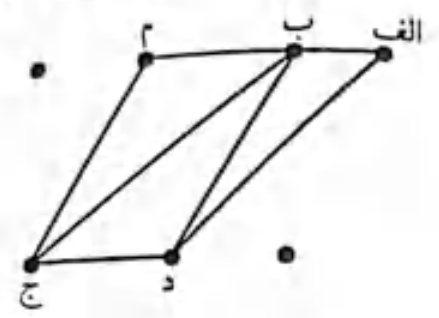
۷ یک دوزنقه قائم‌الزاویه مانند شکل زیر رسم کنید.
مساحت دوزنقه برابر است با مربع



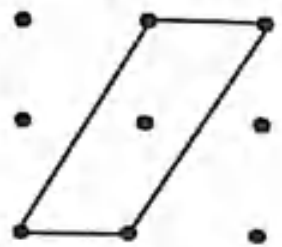
۸ یک متوازی‌الاضلاع مطابق شکل زیر رسم کنید.
مساحت متوازی‌الاضلاع برابر با مربع



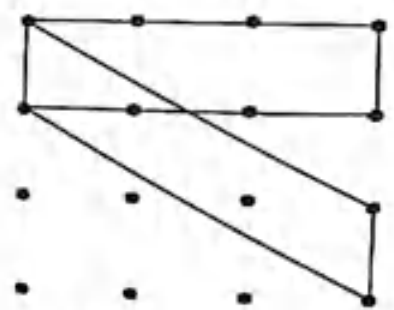
۹ مطابق شکل زیر دو متوازی‌الاضلاع نو در نو رسم کنید.
الف) مساحت متوازی‌الاضلاع الف، ب، ج و د برابر است با مربع
ب) مساحت متوازی‌الاضلاع ب، م، ج و د برابر است با مربع
ج) آیا متوازی‌الاضلاع الف، ب، ج و د مساوی‌الاضلاع ب، م، ج و د برابر است؟



۱۰ مطابق شکل زیر یک متوازی‌الاضلاع رسم کنید.
مساحت متوازی‌الاضلاع برابر است با مربع

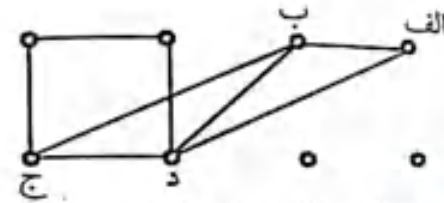


۱۱ مطابق شکل زیر یک متوازی‌الاضلاع و یک مستطیل رسم کنید.
الف) مساحت مستطیل برابر است با مربع
ب) مساحت متوازی‌الاضلاع برابر است با مربع



۱۲ مطابق شکل زیر متوازی‌الاضلاعی رسم کنید و با کشیدن قطر آن را دو قسمت کنید.
الف) مثلث الف، ب، د با مثلث ب، د، ج برابر است؟

ب) مساحت متوازی الاضلاع الف، ب و ج و د برابر است یا مربع
ج) مثلث ب، د برابر نصف متوازی الاضلاع الف، ب، ج، د است؟

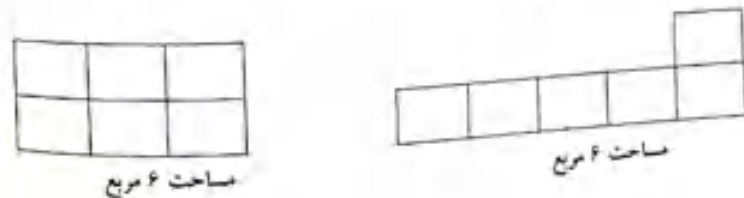


تمرینات بالا و نظایر آن برای آماده ساختن کودکان جهت اندازه گیری سطح اشکال هندسی ضروری است و هر معلم می تواند با ابتکار خویش تمرین های متعددی دیگری در این زمینه تهیه و به دانش آموزان بدهد.

۷-۱۰ اندازه گیری سطح با واحدهای انتخابی

هر دانش آموز می تواند با صفحات کاغذی که از دفتر خود جدا می کند روی سطح نیمکت را بپوشاند و ببیند چند صفحه کاغذ سطح نیمکت را می پوشاند. دانش آموزان با کمک اشکال هندسی مانند مربع یا مثلث و نظایر آن که در اختیار دارند ابتدا تخمین می زنند که با چند مربع می توانند سطح کتاب را بپوشانند؟ سپس مربع ها را می چینند و اشتباه خود را یادداشت می کنند. این تجربه را هر کودک با به کار بردن اشکال دیگر هندسی انجام می دهد. بعد از هر تجربه، دانش آموزان با معلم وارد بحث می شوند و در ضمن این گونه بحث ها دانش آموزان پی می برند که می توان مربعی را واحد اندازه گیری در نظر گرفت و با چیدن تعدادی از آنها سطح یک شکل هندسی را اندازه گرفت.

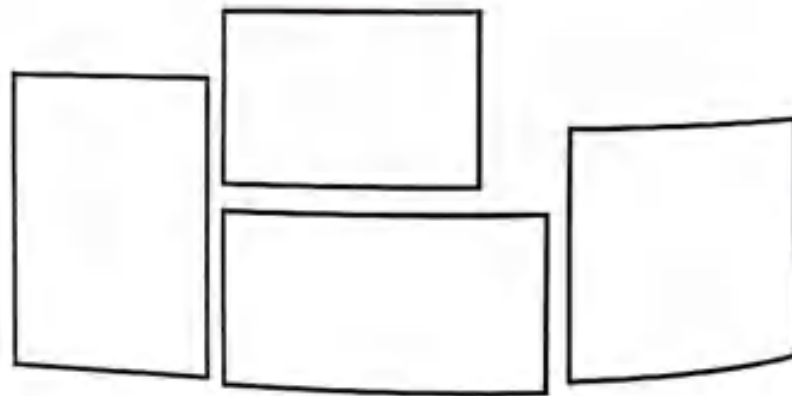
دانش آموزان ضمن تجارب عینی که انجام می دهند مشاهده می کنند که گاهی اشکال هندسی باهم تفاوت دارند ولی مساحت آنها با هم برابر است. البته این موضوع را در تمرینات قبلی نیز دیده اند. مانند:



در خلال تجارب بالا دانش آموزان راهنمایی می شوند تا سطح یک کتاب را با واحدهای انتخابی چند نفر از دانش آموزان اندازه بگیرند و یادداشت کنند؛ البته نتیجه اندازه گیری ها متفاوت خواهد بود. دانش آموزان ضمن صحبت با یکدیگر و با راهنمایی معلم به این نکته پی می برند که اگر واحد اندازه گیری همه دانش آموزان معین و تعریف شده باشد اندازه گیری سطح کتاب یکسان خواهد بود.

۸-۱۰ اندازه گیری سطح با سانتی متر مربع

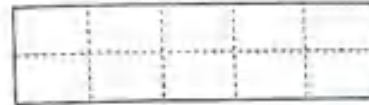
هر دانش آموز در کاغذ شطرنجی خود، مربعی که هر ضلع آن یک سانتی متر است رسم می کند. بعد آنرا به تعداد زیاد رسم کرده و می برند و مجموعه ای از سانتی متر مربع را در یکس تایلونی می ریزند. معلم از دانش آموزان می خواهد شکلی را در روی کاغذ خود رسم کند و آن را با سانتی متر مربع ها بفروشد کنند و تعداد آنها را بشمرند و بنویسند. اینکار را به هنگام اندازه گیری سطوح اشکال هندسی مانند اشکال زیر انجام می دهند. رفته رفته این تجربه درباره مربع ها و مستطیل هایی به دست می آید که طول و عرض آنها به سانتی متر است. وقتی دانش آموزان مساحت مستطیل را حساب می کنند می بینند، اگر طول و عرض را در هم ضرب کنند نتیجه همان خواهد بود که شمرده اند.



به عبارت دیگر از این طریق قاعده طول ضربدر عرض^۱ و نیز قاعده^۱ محاسبه مساحت ذوزنقه، چند ضلعی‌ها، مثلث و... را می‌توانند به دست آورند.

۹-۱۰ اندازه گیری سطح با مترمربع

برای این منظور، ابتدا متر نواری، مقدار نخ ضخیم، میخ‌های پنج سانتی و چکش تهیه می‌شود. با نوار متری طول اتاق را اندازه می‌گیرند. در هر متر یک میخ پنج سانتی می‌کوبند. سپس این میخ‌ها را به صورت عمودی با نخ ضخیم بهم وصل می‌کنند. کف اتاق با هر شکل دیگری که اندازه می‌گیرند بر از مربع‌هایی خواهد شد که هر ضلع آن یک متر است و مجموع مربع‌ها نیز برابر با مساحت شکل هندسی است، که منظور ما هم محاسبه مساحت آن بود.

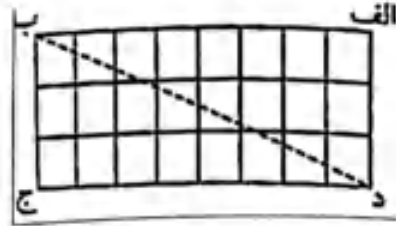


در شکل بالا ده مربع کف شکل را پر کرده است، که برابر ۲×۵ یا طول ضربدر عرض مستطیل می‌باشد. با این تمرینات عملی بیش از چند مورد را نمی‌توان اندازه گرفت زیرا به وسایل بیشتری نیاز است و کودکان توان اداره چنین کاری را ندارند بعد از چند محاسبه عملی، مسائل ریاضی عنوان می‌شود. در این صورت می‌توان به دانش‌آموزان آموخت که برای هر متر در رسم شکل می‌توان یک سانتی‌متر در نظر گرفت و در کل شکل مورد ۱۰×۱۰ یا صد بار کوچک شده است.

این تمرینات فرضی فراهم می‌آورد تا دانش‌آموزان با مقیاس نقشه آشنایی پیدا کنند، آن را بخوانند و به کار ببرند. تجارب بالا دانش‌آموزان را قادر خواهد کرد تا مفهوم اندازه‌گیری سطح را یاد بگیرند.

۱. برای پیدا کردن مساحت مستطیل روش‌های دیگری نیز وجود دارد. معلمان مدارس ابتدایی می‌توانند به راهنمایی تدریس کتب درسی مراجعه کنند.

۹-۱۰ روش آموزش مساحت بعضی از اشکال هندسی دانش‌آموزان وقتی عملاً مساحت مستطیل و مربع را اندازه گرفتند، می‌توانند با استفاده از این تجربه و تکیه بر تجارب دیگر که در این بحث آمده است مساحت مثلث، متوازی‌الاضلاع، لوزی، چندضلعی، دایره و... حساب کنند.



مساحت ۱۸ = ۶×۳ سانتی متر مربع

- مساحت مثلث (الف، ب، د) با مساحت مثلث (ب، ج، د) برابر است (قیلاً تجربه کرده‌اند).

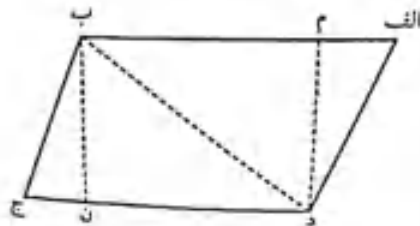
- مساحت مثلث (ب، ج، د) برابر است با ۹ سانتی مترمربع یا:

$$\frac{6 \times 3}{2} = 9$$

مساحت مثلث قاعده ضربدر ارتفاع تقسیم بر دو

متوازی‌الاضلاع

متوازی‌الاضلاع (الف، ب، ج، د) را به دو مثلث (الف، ب، د) و (ب، ج، د) تقسیم می‌شود.



- مساحت مثلث (الف، ب، د) برابر است با: $\frac{م د \times الف}{2}$

- مساحت مثلث (ب، ج، د) برابر است با: $\frac{ب \times ج}{2}$

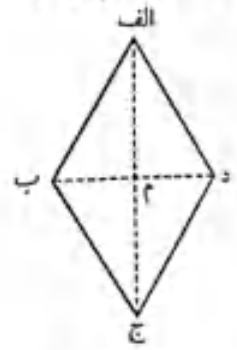
چون دو مثلث با هم برابرند، پس یکی را دو برابر می‌کنیم تا مساحت متوازی‌الاضلاع به دست آید.

$$\frac{ب \times ج \times 2}{2} = ب \times ج$$

مساحت متوازی‌الاضلاع = ارتفاع \times قاعده

لوزی

با رسم دو قطر لوزی به دو مثلث تقسیم می‌شود.



۱. مساحت مثلث (الف، ب، د) برابر است با:

$$\frac{ب \times ج}{2}$$

۲. مساحت مثلث (ج، ب، د) برابر است با:

$$\frac{ب \times ج}{2}$$

۳. مساحت لوزی (الف، ب، ج، د) برابر است با:

$$\frac{ب \times ج}{2}$$

مساحت لوزی برابر است نصف حاصل ضرب دو قطر

وقتی دانش‌آموزان قاعده‌ای را برای محاسبه سطح مستطیل و مثلث پیدا کردند، آن‌ها می‌توانند مساحت سایر اشکال هندسی را با تجزیه آن‌ها به مستطیل و مثلث کشف کنند و حتی قواعدی نیز به دست آورند. محاسبه سطح کثیرالاضلاع که می‌توان آن را به مثلثایی تجزیه نمود، محاسبه مساحت ذوزنقه و سطح جانی استوانه، هرم، منشور، مخروط، مکعب مستطیل و مکعب نیز با استفاده از محاسبه سطح مثلث و مستطیل به‌طور عملی برای دانش‌آموزان ممکن است. معلمان مدارس ابتدایی می‌توانند با استفاده از روش‌های مناسب عملی موارد مذکور را تدریس کنند و مساحت دایره را نیز با استفاده از قاعده‌ای که برای مساحت چندضلعی منتظم به دست آورده‌اند محاسبه کنند (اسلام، ۲۰۱۴).

مهم این است که بدین طریق دانش‌آموزان به‌تنهایی یا در گروه‌های کوچک ضمن تجارب متعدد به کشف قاعده موفق می‌گردند. البته روش‌های مناسبی در کتب درسی پیشنهاد شده است. معهداً آفرینش معلمان در اتخاذ روش‌های مناسب می‌تواند در بهبود و پیشرفت روش‌های تدریس مؤثر باشد.

۱۰-۱۰ اندازه‌گیری حجم

کودکان در بازی‌های خود بارها ظرفی را پر کرده‌اند، سپس آنرا خالی نموده‌اند. ولی نبرینات عملی متعددی را باید دانش‌آموزان به انجام رسانند تا مفهوم حجم را درک کنند. مهم‌ترین مسئله این است که دانش‌آموزان وقتی مقدار معینی از آب را در ظرفی می‌ریزند اگر ظرف را عوض کنند به این نتیجه برسند که مقدار آب تغییر نکرده است. پیازه این موضوع را نگهداری ذهنی حجم در ذهن کودک می‌نامد.

آزمایش معروفی که کودکان انجام می‌دهند، این است که دو لیوان (باریک بلند) و (کوتاه و قطور) فراهم می‌آورند و در مقابل دانش‌آموز قرار می‌دهند. مقدار معینی از آب را در لیوان کوتاه و قطور می‌ریزند. سپس در مقابل دید دانش‌آموز، آب مذکور را از ظرف قطور و کوتاه به لیوان باریک و بلند می‌ریزند و از دانش‌آموز می‌پرسند آیا مقدار آب در لیوان باریک زیاد شده است یا نه؟ معمولاً در سنین پایین (تا ۹ سالگی) دانش‌آموزان جواب می‌دهند که در لیوان باریک، آب بیشتر شده است، زیرا سطح آب

را در لیوان باریک بالاتر از لیوان قطور می‌بینند. در این صورت تجربه دانش‌آموزان درباره یادگیری مفهوم حجم بی‌مورد خواهد بود. ولی اگر جواب دانش‌آموز این باشد که مقدار آب قرق نکرده است، می‌توان به او تمرینات عملی در زمینه اندازه‌گیری حجم داد تا پس از طی مراحل مختلف آموزشی، موفق شد حجم جسمی را اندازه‌گیری کند (عزتخواه، ۱۳۹۰).

۱. یک قاشق غذاخوری، یک لیوان، یک پارچ آب و یک سطل در اختیار دانش‌آموز قرار داده می‌شود و در طی آزمایش از او می‌خواهیم به سؤالات زیر پاسخ دهد.

- با چند قاشق آب می‌توان لیوان را پر کرد؟

- با چند لیوان آب می‌توان پارچ را پر کرد؟

- با چند پارچ آب می‌توان سطل را پر کرد؟

۲. چند بطری به ابعاد مختلف در برابر دانش‌آموزان قرار داده می‌شود. از دانش‌آموز می‌پرسیم کدام یک از لیوان‌ها کمتر از همه، و کدام یک بیشتر از همه آب می‌گیرند؟ دانش‌آموز اول تخمین می‌زند، بعد بر اساس همان تخمین آن‌ها را مرتب می‌کند. سپس از دانش‌آموز خواسته می‌شود تا آب را بریزد و ببیند آیا تخمین او درست است یا نه؟

۳. هر دانش‌آموز شیشه خالی کوچک دارویی را با خود به مدرسه می‌آورد و آن‌را پر از آب می‌کند. بعد با قاشق چایخوری آن را اندازه می‌گیرند. سؤال این است، اگر پزشک گفته است هر روز سه قاشق چایخوری مصرف کنید، کل داروی شیشه چند روز مصرف می‌گردد.

۴. دانش‌آموزان ظرف پلاستیکی خالی چهارلیتری را با پیمانه‌ای نظیر لیوان آبخوری معمولی پر می‌کنند و ارتباط آن‌ها را بیان می‌کنند. مثلاً چند لیوان آب، ظرف پلاستیکی را پر می‌کند؟

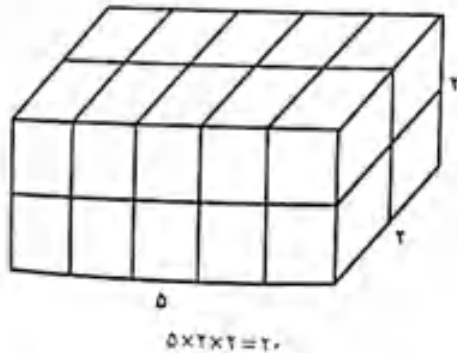
۵. معمولاً یک لیتر آب خالص حدود یک کیلوگرم وزن دارد. دانش‌آموزان با کمک همدیگر می‌توانند با یک پیمانه یک سانتی‌متر مکعبی (از سرنگ پلاستیکی) معمولی می‌توان استفاده کرد) ظرف یک‌لیتری را از آب پر کنند، سپس دریابند که یک لیتر درست یک‌هزار سانتی‌متر مکعب است.

و جمع‌های که از مقوای سخت ساخته شده است و همچنین مکعب‌هایی که ابعاد آن‌ها یک‌سانتری متر است فراهم می‌آوریم. گروه‌های دانش‌آموزان که جعبه را در اختیار دارند آن را با مکعب‌ها پر می‌کنند و بعد یادداشت برمی‌دارند.

جمع‌های به‌شکل مکعب می‌سازیم که هر ضلع آن ۱۰ سانتی‌متر باشد و آن‌را در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌دهیم. دانش‌آموزان می‌توانند، با ۲۸ مکعب به ابعاد یک‌سانتری متر طول، عرض و ارتفاع جعبه را در یک ردیف پر کنند. یعنی در هر بعد جعبه مکعب شکل تعداد ده مکعب با ابعاد یک‌سانتری متر بچینند.

دانش‌آموزان بعد از تمرینات متعدد به این نتیجه می‌رسند که اگر در مکعب و مکعب مستطیل طول، عرض و ارتفاع را به یکدیگر ضرب کنند حجم مکعب یا مکعب مستطیل به‌دست می‌آید. بهترین موقعیت برای آموزش حجم استوانه، منشور و برخی از اجسام هندسی زمانی است که دانش‌آموزان با یک صفحه کاغذ می‌خواهند آن‌ها را درست کنند. این قبیل موارد و نوآوری‌هایی که معلمان ابتدایی در تدریس اندازه‌گیری از خود نشان می‌دهند تدریس عملی این مفهوم هندسی را ممکن می‌سازد. قه‌ آزمایش‌هایی که در کتب ریاضی ابتدایی و روش‌های تدریس آن‌ها آمده کمک مؤثری است تا در تدریس اندازه‌گیری حجم به موفقیت‌هایی دست یافت.

تمرینات فوق و همچنین فعالیت‌های نظیر آن لزوم کاربرد یک واحد استاندارد را مسلم می‌دارد. بهترین وسیله در فعالیت‌های عملی دانش‌آموزان مکعب‌های یک‌سانتری متر مکعبی کوچک‌تر است این مکعب‌ها از جنس پلاستیک یا چوب و به رنگ سفید است.



ارجمت شود به صفحه ۲۱ کتاب روش آموزش حساب و هندسه تألیف دکتر غلامحسین شکرچی

دانش آموزان با این مکعب‌ها ابتدا ۲۰ مکعب دیواری می‌سازند و سپس آن‌ها را روی یکدیگر می‌گذارند تا مکعب مستطیل‌هایی ساخته شود. از هر دانش‌آموز یک گروه دانش‌آموزان خواسته شود تا طول، عرض و ارتفاع مکعب مستطیل‌های ۲۰ مکعبی را با محاسبه تعداد مکعب‌ها اندازه‌گرفته و بنویسند و ببینند در هر حالت حاصل ضرب ابعاد مکعب مستطیل ساخته‌شده برابر یا چه مقداری است؟

خلاصه فصل دهم

در این فصل مفاهیم اندازه‌گیری با توجه به تجارب قبلی کودکان توضیح داده شد و گفته شد که برای رسیدن به مفهوم اندازه‌گیری باید سه مرحله را پشت سر گذارند. ابتدا مقدمه، سازمان کلاس درس، اندازه‌گیری و سیستم ده‌دهی در واحدهای اندازه‌گیری. سپس گفته شد تدریس اندازه‌گیری نیاز به زمان و موقعیت خاصی دارد که شامل تجسم فضایی اشیا، توجه به مفهوم بیشتری و کمتری دو کمیت، ابقای فاصله، ابقای طول، می‌باشد. به‌طور مثال گفتیم وقتی کودک می‌گوید قدم کوتاه‌تر از خواهرم است پس او مفهوم اندازه‌گیری طول را می‌داند. برای آموزش این‌توسع اندازه‌گیری نیاز به برنامه‌ریزی است. سپس نحوه تدریس اندازه‌گیری شرح داده شد که آن نیز خود دارای تقسیم‌بندی خاصی به‌ترتیب زیر است:

اندازه‌گیری سطح با واحدهای انتخابی، سانتی‌مترمربع، مترمربع، در ادامه ما به نحوه تدریس اندازه‌گیری حجم نیز پرداختیم.

خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل دهم

با پاسخ‌دادن به نمونه‌هایی از پرسش‌های امتحانی خود را بیازمایید.

۱. مهم‌ترین موضوع‌های اندازه‌گیری در مدارس ابتدایی چیست؟

الف) اندازه‌گیری طول

ب) اندازه‌گیری سطح

ج) اندازه‌گیری حجم

د) همه موارد

۲. کدام گزینه اگر در تفکر کودک ظاهر شود او نمی‌تواند دست به اندازه‌گیری بزند؟

الف) تجسم فضایی اشیا

ب) نگهداری ذهنی فاصله

ج) نگهداری ذهنی طول

د) اعتقادات شخصی

۲. در کدام گزینه زیر می‌توان آزمایش ساده‌ای ترتیب داد که در آن کودک با نظر بر فاصله

معیّن بین دو شیء باشد؟

الف) تجسم فضایی اشیا

ب) نگهداری ذهنی فاصله

ج) نگهداری ذهنی طول

د) مفهوم بیشتری و کمتری

۳. در کدام گزینه زیر هر دانش‌آموز دایره‌ای رسم می‌کند و با نخ دور آنرا اندازه می‌گیرد؟

الف) تجسم فضایی اشیا

ب) نگهداری ذهنی فاصله

ج) نگهداری ذهنی طول

د) مفهوم بیشتری و کمتری

۴. در کدام گزینه زیر کودکان در بازی‌های خود بارها ظرفی را پر کرده‌اند. سپس آنرا خالی نموده‌اند؟

الف) اندازه‌گیری سطح

ب) اندازه‌گیری حجم

ج) نگهداری ذهنی طول

د) مفهوم بیشتری و کمتری



فصل یازدهم

شکل‌گیری مفهوم کسر: روش تدریس کسر متعارفی

هدف کلی

آشنایی با مفاهیم و روش تدریس کسرهای متعارفی در دبستان

هدف‌های یادگیری

پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:

۱. شیوه آموزش کسرهای متعارفی را بیان کنید.
۲. پیش‌نیازهای یادگیری کسر متعارفی توسط دانش‌آموزان را شرح دهید.
۳. مراحل تدریس کسرهای متعارفی را بیان نمایید.
۴. روش‌های عملیات چهار عمل اصلی کسرها را تدریس کنید.
۵. روش‌های آموزش کسرهای بزرگ‌تر از واحد را نشان دهید.
۶. آموزش رابطه نسبت و تناسب را مورد بحث قرار دهید.

مقدمه

می‌دانیم که مفهوم اعداد گویا و کسر تقریباً از سال دوم ابتدایی، وارد کتاب‌های درسی می‌شود، اما به نظر می‌رسد با وجود تغییرات زیادی که در روش تدریس و استفاده از وسایل کمک‌آموزشی برای آموزش مفهوم کسر ایجاد شده هنوز هم معلم‌های ریاضی و دانش‌آموزان در یادگیری این مبحث با مشکلاتی مواجه هستند. در تحقیقی که در سال ۲۰۰۹ توسط

تجربین ملی پیشرفت آموزشی در آمریکا انجام شده بود، ۲۵٪ از دانش آموزان کلاس چهارم هنوز نمی‌توانند درک کنند که $5/8$ و $1/6$ کدام یک به عدد گویای $1/2$ نزدیکتر هستند. معلم‌های این دانش آموزان نیز در انتقال مفاهیم اصلی مرتبط با کسر به‌خوبی عمل نکرده‌اند. معمولاً تدریس مفهوم کسر از طریق حل تمرین و محاسبات ریاضی صورت می‌گیرد اما پژوهش‌ها نشان می‌دهند که این روش گرچه برای یادگیری عمل محاسبه مناسب است اما نمی‌تواند در انتقال مفاهیم و روابط ریاضی مرتبط با کسر، کمک‌های به دانش آموزان کند. به عبارت دیگر دانش آموزان به چیزی بیشتر از حل تمرین برای یادگیری کسر نیاز دارند. آنچه آنان می‌خواهند درک مفهوم نسبت و کسر است. گرچه نیاز ساده و پیش‌پاافتاده‌ای به‌نظر می‌رسد اما نمی‌توان از نظر دور داشت تا زمانی‌که آموزشگران ریاضی خود به درک کاملی از مفهوم کسر دست نیافته باشند، انتقال و آموزش آن به کودکان همچنان با چالش روبرو خواهد بود.

در کارگاه‌های آموزش روش تدریس وقتی از معلم‌ها پرسیده می‌شود، $1/2$ به چه معنای است معمولاً پاسخ می‌دهند یک‌بخش از دو بخش یا یک‌قسمت از دو قسمت. با چنین تعریفی روشن است که چرا دانش آموزان نمی‌توانند مفهوم کسر را به‌درستی درک کنند. نکته کلیدی در این تعریف آن است آنچه کسر را معنا می‌دهد، این است که یک «کل» به قسمت‌های «مساوی» تقسیم شده باشد در این حالت، صورت کسر مقدار تعیین شده و مخرج کسر، تعداد قسمت‌های مساوی را نشان می‌دهد. این توضیح ساده‌ای برای آموزش مفهوم کسر است و به دانش آموزان توضیح می‌دهد که یک شکل کلی یا به‌عبارتی «کل» به چند قسمت مساوی تقسیم شده است. حالت برعکس این توضیح این است که با در کنار هم گذاشتن این قسمت‌های مساوی باید بتوانیم شکل کلی را دوباره بسازیم. صورت کسر نیز نشان‌دهنده این است که چند قسمت از کل قسمت‌های این شکل کلی را در نظر گرفته ایم. بنابراین در پاسخ به سؤال اول در مورد اینکه $1/2$ به چه معنای است پاسخ صحیح این است که ۱ قسمت از ۲ قسمت مساوی.

به این ترتیب آموزش مفهوم کسر در یادگیری این مبحث از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است زیرا کلید یادگیری است تا زمانی که دانش آموزان مفهوم کسر را نیاموخته‌اند کسب مهارت در محاسبات عددی نمی‌تواند در درازمدت به ایشان کمک کند. متخصصان بر این باورند که بهترین راه برای آموزش مفهوم کسر در سنین ابتدایی،

استفاده از وسایل کمک آموزشی به‌ویژه پازل‌ها یا اشکال هندسی ساده است: اشکالی که قابلیت تقسیم شدن به اجزای کوچک‌تر کاملاً مساوی را داشته باشند. برای مثال استفاده از این شش ضلعی کمک می‌کند که دانش آموزان با مفهوم «کل» یا $1/1$ و تقسیم آن به اجزای کاملاً مساوی $1/2$ ، $1/3$ و $1/6$ به‌خوبی آشنا شوند و با در کنار هم گذاشتن و جدا کردن این قطعات مفهوم کسر را درونی سازند. حالت ایده‌آل این است که به‌ازای هر دانش آموز ۱ پازل اشکال جداشونده وجود داشته باشد که دانش آموز بتواند با لمس این اجزا، درک کاملی از مفهوم کسر و تقسیم شکل به اجزای مساوی را پیدا کند. برای مثال وقتی از دانش آموزان خواسته می‌شود کسر $1/4$ را با شکل نشان دهند، با جابه‌جا کردن قطعات پازل، می‌توانند درک کنند که مخرج کسر به این معناست که تنها از ۴ قطعه مساوی باید استفاده کنند به طوری‌که این ۴ قطعه روی هم بتوانند یک شکل اصلی و کامل را بسازند و از این ۴ قطعه تنها ۱ قطعه باید انتخاب شود که صورت کسر را نشان می‌دهد. همین‌طور در آموزش کسرهای بزرگ‌تر از واحد، نیز می‌توان از این روش استفاده کرد برای مثال $1 1/2$ به معنای یک شکل کامل و اربع قطعه است. این روش برای آموزش محاسبات پیچیده‌تر اعداد گویا نیز همچون ضرب و تقسیم اعداد گویا می‌تواند کاربرد داشته باشد.

در آموزش اعداد گویا و کسر باید تعادلی بین تأکید بر مفاهیم اصلی و نیز محاسبات عددی هر دو وجود داشته باشد زیرا تا زمانی که دانش آموزان درک کاملی از مفهوم کسر نیافته باشند، ممکن است در درک نسبت‌ها و رابطه این نسبت‌ها با یکدیگر با مشکل مواجه شوند و در نتیجه در انجام برخی محاسبات پیچیده، با دشواری‌هایی مواجه گردند.

۱۱-۱ مقدمه‌ای درباره اعداد

نیازمندی‌های انسان موجب ایجاد اعداد گردید و به دنبال آن ترتیب اعداد شکل گرفتند و آنچه امروزه «اعداد طبیعی» نامیده می‌شوند شکل گرفتند. اعداد طبیعی، به هر یک از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ... و غیره یک عدد طبیعی گفته می‌شود و به مجموعه تشکیل‌دهنده این اعداد، مجموعه اعداد طبیعی گویند که با N نشان داده می‌شود (ساوولسبرگ و همکاران، ۲۰۱۶). بنابراین:

۱. حرف N از اول Natural انگلیسی گرفته شده است.

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

بنابراین اگر n یک عدد طبیعی دلخواه باشد می توان نوشت $n \in N$ مانند $2 \in N$ و $5 \in N$ ولی $\sqrt{3} \notin N$ ، $-11 \notin N$

مجموعه عددهای صحیح یا عددهای درست به مجموعه اعداد طبیعی، به همراه صفر، اعداد طبیعی (یا اعداد متناظر منفی اعداد طبیعی)، و به انضمام صفر گفته می شود. به زبان دیگر اعداد علامت دار $(\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots)$ را اعداد صحیح می نامیم این مجموعه شامل اعداد صحیح مثبت و صفر و اعداد صحیح منفی است. در ریاضیات، معمولاً این مجموعه را با Z (ابتدای کلمه آلمانی Zahlen به معنی اعداد) نشان می دهد (ساقلام، ۲۰۱۴). همانند مجموعه اعداد طبیعی، مجموعه اعداد صحیح نیز یک مجموعه نامتناهی است.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

بر اساس نکات ذکر شده در سطرهای بالا، چنین نتیجه گرفته می شود که هر عدد طبیعی یک عدد صحیح است. از این رو یک عدد طبیعی را گاهی یک عدد صحیح مثبت نیز می گویند.

اعداد نسبی یا گویا: اعداد نسبی یا گویا کسرهایی هستند که از تقسیم عدد صحیح بر عدد صحیح به جز صفر پدید آمده باشد. به عبارت دیگر؛ عدد گویا عددی است که بتوان آنرا به صورت $\pm \frac{p}{q}$ نوشت، به قسمی که $q \neq 0$ و p و q اعداد طبیعی می باشد مانند $-\frac{21}{5}$ ، $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{4}$ و... هر عدد صحیح یک عدد گویا نیز است، زیرا اگر عدد صحیح n مثبت یا صفر باشد می توان آن را به صورت $\frac{n}{1}$ و اگر منفی باشد به صورت $-\frac{n}{1}$ نوشت. اگر $\frac{p}{q}$ یک کسر گویا باشد می دانیم که دو عدد x و y وجود دارند، که نسبت به هم اولاند، در نتیجه $\frac{p}{q} = \frac{x}{y}$ کسر گویای $\frac{x}{y}$ را شکل ساده نشدنی $\frac{p}{q}$ می نامند. شکل ساده نشدنی هر کسر گویا یکی بیشتر نیست. یادآوری می شود در کسر گویای $\frac{x}{y}$ را صورت کسر و y را مخرج کسر می گویند (روزن، ۲۰۰۷).

مجموعه تمام اعداد گویا معمولاً با حرف Q نمایش داده می شود که در واقع حرف اول کلمه Quotient در انگلیسی به معنای خارج قسمت است. اعداد صحیح، طبیعی و اعداد حسابی همه زیر مجموعه ای از اعداد گویا هستند. زیرا مخرج تمامی اعداد طبیعی یک است و علامت آن ها مثبت در نتیجه همه آنان کسر هستند. اعداد اعشاری با می توان جزء اعداد گویا به حساب آورد زیرا هر عدد اعشاری را می توان بصورت کسری نوشت که مخرج آن یکی از توان های مثبت ۱۰ و صورت آن یک عدد صحیح باشد سری نمایش آنان زوی محور می توان آنان را به کسر تبدیل نمود. اعداد گویا حاصل تقسیم دو عدد (تقسیم یک عدد صحیح بر یک عدد طبیعی) هستند. بی نهایت اعداد گویا بین دو عدد گویا وجود دارد. اعداد گویا با علامت مثبت بزرگ تر از اعداد گویا با علامت منفی هستند. اعداد گویا از منفی بی نهایت تا مثبت بی نهایت ادامه دارند. اشتهاء سنا ریح، گاهی اعداد کسری را با اعداد گویا یکی می داند (روزن، ۲۰۱۵).

دانش آموزان مدارس ابتدایی در مجموعه اعداد طبیعی، با تعدادی از اعداد صحیح در حد نیاز، که از صفر شروع و به سمت $+\infty$ ادامه دارد آشنا شده اند. در کسر متعارفی به دانش آموزان فقط کسرهایی گویای $\frac{F}{q}$ تدریس می شود.

۲-۱۱ تدریس کسر متعارفی

در ریاضیات، کسر نوعی عدد می باشد که مقدار جزء به کل یک چیز یا شیء را بیان می کند و به عبارتی دیگر از تقسیم دو عدد صحیح بر هم ساخته می شود. ذرات، کسر یا عدد کسری نام دیگر عدد گویا است. برای تدریس کسرهایی متعارفی به دانش آموزان نشان داده شده است. دانش آموزان در کلاس های پایین ابتدایی می توانند کسری از کمیت را بسازند و درستی آنرا ارزیابی کنند. ساده ترین کسرها $\frac{1}{2}$ و نصف کردن یک کمیت است که تدریس کسر نیز با آن آغاز می شود (مولدیا، ۲۰۱۱).

پیش نیازهای دانش آموز: تدریس کسر متعارفی با آموزش مفهوم تقسیمات متساوی و کمیت های متصل صورت می گیرد. این تجارب در زندگی روزمره کودک و

۱. دانش آموزان کمیت های منفصل را که به عنوان مجموعه ها می شناسند و در آموزش اعداد و چهار عمل اصلی تجربه کرده اند.

1. Saqlam
2. Resan

بنا به احتیاج به دست می آید، مثلاً کودکی که می خواهد نصف سبب خود را به برادر یا خواهر کوچکش بدهد. این تجارب در مدارس ابتدایی به صورت سازمان یافته و برنامه ریزی شده روی کمیت های متصل به دست می آید. کمیت های متصل که برای اینکار انتخاب می شوند به ترتیب عبارت اند از:

۱. کمیت های متصل که دارای طول هستند. مانند: چوب دستی، طناب، نوار کاغذ و...
 ۲. کمیت های متصل که دارای سطح هستند. مانند: مربع، مستطیل، دایره و نظایر آنها که از مقوا یا کاغذ ساخته شده اند و دانش آموزان می توانند آنها را تقسیم کنند.
- نوار کاغذی به ابعاد 24×24 سانتی متر به هر یک از دانش آموزان داده می شود. هر دانش آموز با راهنمایی معلم نوار کاغذی را تا می کند به طوری که دو انتهای نوار کاغذی درست روی هم منطبق شود سپس آنها را دو قسمت می کند. قسمت های به دست آمده را منطبق می سازد تا از برابری آنها اطمینان حاصل کند. سپس به هر قسمت نصف گفته می شود. در این تجربه، خواندن و نوشتن کسر متعارفی و کاربرد اصطلاحات، صورت، مخرج و خط کسری لزومی ندارد ولی دانش آموزان می توانند ۴ قسمت کردن و ۸ قسمت کردن، سپس ۳ قسمت کردن و ۶ قسمت کردن و در نهایت ۵ قسمت و ۷ قسمت و ۹ قسمت کردن را ادامه دهند (عزتنخواه، ۱۳۹۰).

دانش آموزان زمانی می توانند کسرها را بسازند و نام گذاری کنند که: الف) به صورت شخصی بتوانند آن تجربه را انجام دهند. ب) توانایی نگهداری ذهنی کمیت را به دست آورده باشند. ج) بدانند وقتی کلی به اجزای تقسیم می شود مقدار آن کم و زیاد نمی شود. د) قادر باشند رابطه بین اجزای به دست آمده را نیز درک کنند مانند برابری دو مقدار:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

تجربه دانش آموزان با وسایل خیلی ساده می توان دانش آموز را به تجربه و آزمایش واداشت.

وسایل لازم: کاغذ یا مقوا به شکل مستطیل یا دایره
کاغذ و مقوا برای یادداشت
خط کش
چند عروسک
کمره پلاستیکی

اگر آزمایش برای کودکانی است که در مدارس ابتدایی تحصیل می کنند، می توان موضوع را به صورت مسئله ای مطرح کرد. مثلاً برای جشن تولد دو عروسک، کیک به صورت کاغذ مستطیل شکل در اختیار کودک قرار می گیرد و از او می خواهیم یا کارد پلاستیکی یک را به دو یا چند قسمت کاملاً مساوی تقسیم کند و به عروسک ها بدهد.

هر بار که کودک کیک را تقسیم می کند، از او می پرسیم، اگر اجزای تقسیم شده را کنار هم بگذاریم آیا دوباره تمامی کیک را خواهیم داشت؟ در این قبیل تجارب لازم است به کودکان اجازه داده شود که خود به جست و جوی راه حل ها بپردازند تا بدین وسیله بتوان محدودیت ها و مشکلات آنها را مشاهده کرد. اگر معلم شخصاً این آزمایش را به صورت عملی انجام دهد و آن را روی تخته سیاه بکشد هیچ اطمینانی وجود ندارد که نتیجه برای طفل بیش از یک نوع یادگیری لغوی باشد (عزتنخواه، ۱۳۹۰).

پژوهش های ژان پیازه (پیازه، ۱۹۶۵) درباره تحول مفهوم عدد در دوره کودکی به نتایج زیر انجامیده است:

الف) کودکان ۴ ساله در قسمت کردن مشکل دارند. کودک اغلب مجذوب خود فعالیت می شود. گاهی دیده می شود که قسمت ها برابرند، ولی همه قسمت تقسیم نشده است. برخی از کودکان فکر می کنند که برای دو قسمت کردن باید دوباره چیزی را ببرند و بین کل و اجزا ارتباطی نمی بینند. بعضی از کودکان اجزا را بزرگتر یا کوچکتر از کل می دانند.

ب) در سنین ۶ و ۷ سال کودکان قادر هستند کمیتی را نصف کنند ولی مرچه کمیت بزرگتر عرضه گردد تقسیم کردن آن مشکل تر می شود. ولی تقسیم به سه قسمت مساوی را اغلب نمی توانند انجام دهند. البته کودکان با آزمایش و خطا قادر هستند این فعالیت ها را انجام دهند. بنابر تشخیص سه قسمت کردن مستطیل ساده تر از مربع و مربع ساده تر از دایره است.

ج) بعضی از کودکان در ۶ و ۷ سالگی و برخی در پایان ۷ سالگی قادر هستند سه قسمت کردن را انجام دهند، ولی پیدا کردن $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{6}$ از یک کمیت بعد از ۷ سالگی

امکان پذیر است. بیشتر کودکان در سنین ۸ و ۹ سالگی قادرند این عمل را انجام دهند. با توجه به این تحقیقات برنامه ریزان تعلیم و تربیت، آموزش کسرها را از سال اول ابتدایی تا پایان دوره ابتدایی در برنامه درسی گنجانده اند تا دانش آموزان مناسب با رشد قوای ذهنی خود بتوانند چنین تجربیاتی را شخصاً به دست آورند و آموزش بیست (دولین، ۲۰۱۰).

۱۱-۳ مراحل تدریس کسرهای متعارفی

در پی پژوهش‌های راهگشای پیازه، کسرهای متعارفی با در نظر گرفتن رشد قوای ذهنی کودکی و آمادگی آنان تدریس می‌شود و برنامه‌های رسمی مدارس ابتدایی نیز به صورت آزمایش‌هایی که باید دانش‌آموزان انجام دهند پیگیری می‌شود و معلمان مدارس ابتدایی می‌توانند به برنامه کار کلاس خود از آنها استفاده کنند. در آموزش کسرهای متعارفی، معلمان و متخصصین آموزش و پرورش آزمایش‌هایی را پیش‌بینی کرده‌اند و برای آنها وسایلی نیز ساخته‌اند به منظور آشنایی معلمان مدارس ابتدایی با این قبیل آزمایش‌ها در روش از خانم ماریا مونتسوری^۱ ارائه می‌شود. در این ارتباط استفاده از خط‌کش‌های کویزتر^۲ توصیه می‌شود (بارانا و مارکیزیو^۳، ۲۰۱۶).

۱۱-۴ روش ماریا مونتسوری در آموزش کسرها

خانم مونتسوری از دو نوع وسیله برای آموزش کسرها استفاده می‌کند. یکی بر اساس مربع و اشکال منظمی است که از تقسیم مربع به بخش‌های مساوی حاصل می‌شود. معلمان مدارس ابتدایی می‌توانند این وسایلی را از مقوا تهیه کنند و در اختیار دانش‌آموزان قرار دهند. هشت مربع مقوایی به ابعاد مساوی، ترجیحاً ۱۶×۱۶ سانتی‌متر انتخاب کنید و آنها را به ترتیب به صورت دو مستطیل، چهار مربع، هشت مستطیل، شانزده مربع، دو، چهار، هشت و شانزده مثلث مساوی ببرید. مربع دیگری که به همان ابعاد در صفحه چوبی یا مقوایی به عنوان مربع قالب انتخاب کنید، به طوری که اجزای هر یک از مربع‌های هشت‌گانه را بتوان در آن جای داد.

دانش‌آموزان ضمن کار و تجربه با وسایلی مذکور به روابط جزء و کل و همچنین به روابط اجزا با یکدیگر پی می‌برند. مثلاً با دو مستطیل بزرگ که باهم مساوی‌اند می‌توان مربع قابل را پر کرد، پس هر مستطیل نصف مربع است. دانش‌آموزان می‌توانند ابتکار را با کاربرد دو مثلث بزرگ نیز انجام دهند. یعنی هر مثلث بزرگ نصف مربع

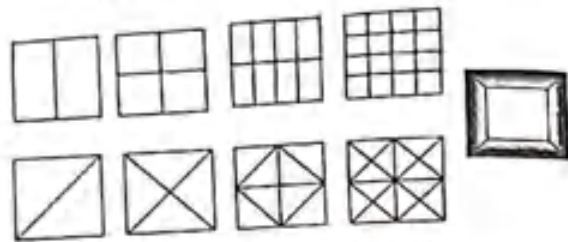
۱. Maria Montessori (1870-1942) پزشک و مربی معروف ایتالیایی

۲. George Cuisenaire معلم بلژیکی است که با استفاده از خط‌کش‌های رنگی که ساخته بود حساب را در کلاس‌های ابتدایی تدریس می‌کرد. آقای کالب گاتینو استاد انگلیسی بعد از دیدن روش کار کویزتر، شیفته روش وی شد و روی آن کار کرد و کتاب‌های متعددی در شایستگی روش مذکور نیز نوشته است. رجوع شود به کتاب روش آموختن حساب و هندسه تألیف غلامحسین شکوهی.

۳. Barana & Marchisio

شکل‌گیری مفهوم کسر: روش تدریس کسر متعارفی ۱۹۱

قالب است. از طرفی نصف‌های مذکور نیز باهم برابرند ولی قابل انطباق نیستند. بنابراین علاوه بر آموزش کسرها، دانش‌آموزان با مفهوم معادل نیز آشنا می‌شوند.



شکل ۲-۲. روش ماریا مونتسوری به کمک مربع

وقتی کودک با چهارمربع یا چهارمستطیل می‌تواند مربع قالب را پر کند نتیجه می‌گیرد که هر یک از آنها $\frac{1}{4}$ کل است. البته باید یادآوری شود که وسایلی مذکور برای آموزش اشکال مشابه، معادل و برابر بیشتر استفاده می‌شوند و لازم است که قبل از آموزش کسرها تدریس شوند (عزیزخواه، ۱۳۹۰).

نوع دوم وسایلی خانم مونتسوری^۱ که به منظور آموزش کسرهای متعارفی ساخته شده‌اند عبارت‌اند از: ده دایره مقوایی که شعاع هر دایره ده سانتی‌متر است و یک دایره به صورت قالب و به همان شعاع، که از چوب یا مقوا ساخته شده است.

ده دایره مذکور به قطعات مساوی تقسیم شده‌اند که با کنار هم قراردادن آنها می‌توان دایره کامل را درست کرد و روی دایره قالب چید. با این فعالیت‌ها می‌توان مطمئن شد که کودکان قادرند:

۱. کسرهایی $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$ را بشناسند و برابری اجزا را با کل تجربه کنند.
۲. نامساوی‌های $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6} > \frac{1}{7} > \frac{1}{8} > \frac{1}{9}$ را شخصاً تجربه کنند.
۳. تساوی‌های زیر را تجربه کنند.

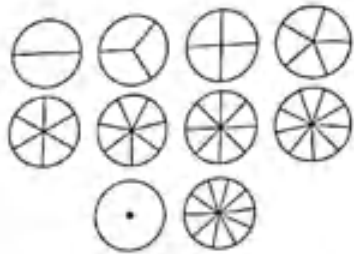
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$$

۱. غلامحسین شکوهی روش آموختن حساب و هندسه، ص ۲۱

۱۱-۵ عملیات چهار عمل اصلی کسرها با کسره‌های متعارفی

در این قسمت تلاش می‌شود تا نحوه تدریس چهار عمل اصلی همراه با کسره‌های متعارفی آموزش داده شود.



شکل ۲-۵ روش ماریا مونتسوری به کمک دایره

معلمان مدارس ابتدایی ناچارند اطلاعات پراکنده دانش‌آموزان را در سال‌های تحصیلی ابتدایی منظم کنند و از آنان بخواهند که شخصاً با آزمایش‌هایی که انجام می‌دهند کسره‌های متعارفی را به دست آورند و آن‌ها را به کار ببرند. دانش‌آموزان در طی چند آزمایش که با راهنمایی معلمان خود انجام می‌دهند تعدادی از نامساوی‌ها و تساوی‌های کسری را که برای آموزش چهار عمل اصلی در کسر متعارفی لازم‌اند، یاد می‌گیرند. آن‌گونه که شکوهی (۱۳۶۳) عنوان نموده است با استفاده از این نامساوی‌ها و تساوی‌ها دانش‌آموزان قادر خواهند بود: الف) از درستی کسرها یقین حاصل کنند.

ب) ساده کردن کسرها را یاد بگیرند. ج) خواص کسرها را یاد بگیرند. مانند:

۱. اگر صورت و مخرج کسری به عددی به غیر از صفر ضرب شود مقدار کسر تغییر نمی‌کند.

۲. اگر صورت و مخرج کسری به عددی به استثنای صفر تقسیم شود مقدار کسر تغییر نمی‌کند.

۳. هر کسر ضربدر یک برابر خود کسر می‌شود.

د) کسره‌های بزرگ‌تر از واحد را کشف کنند و مشخصات آن را بگویند. ه) عدد صحیح را جزء کسر کنند. و) عدد صحیح را از داخل کسر خارج سازند. ز) بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین کسر را از میان کسرهایی که دارای صورت یا مخرج برابرند بشناسند و معرفی کنند. ح) اگر کسری از یک کمیت داشته باشند، کمیت را پیدا کنند.

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{6}{6} = \frac{7}{7} = \frac{8}{8} = \frac{9}{9} = 1$$

۴. دانش‌آموزان در تجارب عملی خود می‌بینند که با کسر $\frac{1}{7}$ کسری برابر نیست.

۵. جمع‌های متعددی را در کسرها به دست می‌آورند. مثلاً

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \quad \text{و} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

در نتیجه

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{10} + \frac{1}{4} + \frac{2}{8} = 1 \quad \text{و} \quad \frac{3}{5} + \frac{4}{10} = 1$$

۶. دانش‌آموزان با انتخاب قطاع‌های مختلف و کاربرد آن روی دایره قالب، نتایجی از جمع کسرها می‌گیرند. برای مثال:

$$\frac{3}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{6}{8}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{6}{10} = \frac{1}{3} + \frac{6}{9}$$

۷. گاهی دانش‌آموز برای برگردن دایره قالب بیش از حد لازم قطاع برمی‌دارد. در این صورت با کسره‌های بزرگ‌تر از واحد آشنا می‌شود.

۸. به نظر خانم مونتسوری، کارهایی که دانش‌آموز در مرحله ۳ می‌بیند و انجام می‌دهد می‌تواند راهنمای وی در ساده کردن کسرها باشد.

به غیر از موارد بالا، در تبدیل کسر متعارفی به کسر اعشاری نیز می‌توان از این قطاع‌های دایره استفاده کرد. با توجه به نتایجی که از تدریس ریاضیات ابتدایی به روش خانم مونتسوری حاصل شده است کاربرد روش مذکور را در برخی زمینه‌ها، که در بالا اشاره شد، به معلمان مدارس ابتدایی توصیه می‌کنیم (شکوهی، ۱۳۶۳).

ط) کسرهای متعارفی را بنویسند و بخوانند و علائم قراردادی را در نوشتن کسرها به کار ببرند.

آزمایش ۱. هدف آزمایش کشف برخی از نامساوی‌ها است.^۱

وسایل لازم برای هر دانش‌آموز:

نوار کاغذی (الف) سفید ۱۸×۲ سانتی‌متر حداقل ۱۰ نوار کاغذی

نوار کاغذی (ب) رنگی ۱۸×۲ سانتی‌متر حداقل ۱ نوار کاغذی

نوار کاغذی (ج) سفید ۳۰×۲ سانتی‌متر حداقل ۱۰ نوار کاغذی

خط‌کش، کش‌پهن، کاغذ و مداد

آمادگی: برای اینکه دانش‌آموزان بتوانند، آزمایش را با موفقیت انجام دهند باید معلم روش اندازه‌گیری با خط‌کش و همچنین تقسیم یک کمیت را به ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ قسمت مساوی آموزش دهد. مثلاً اگر نوار ۱۸ سانتی‌متری را بخواهیم به ۷ قسمت مساوی تقسیم کنیم باید کش ۱۴ سانتی‌متری انتخاب و آن را به ۷ قسمت مساوی ۲ سانتی‌متری تقسیم و علامت‌گذاری کنیم. سپس دو انتهای کش مذکور را در دو انتهای نوار کاغذی ۱۸ سانتی‌متری بگذاریم و بکشیم و با کمک یکی دیگر از دانش‌آموزان روی نوار کاغذی ۱۸ سانتی‌متری علامت‌گذاری کنیم. بدین ترتیب نوار کاغذی ۱۸ سانتی‌متری به ۷ قسمت مساوی تقسیم می‌گردد.

فعالیت‌های دانش‌آموزان: دانش‌آموزان را به گروه‌های پنج نفری تقسیم می‌کنند. در هر گروه، هریک از دانش‌آموزان از بین کسرهای $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$ یکی یا دوتا را روی نوار کاغذی الف می‌سازند. در ساختن هر کسر سه مرحله رعایت می‌شود.

۱. تقسیم نوار کاغذی الف به اجزا

۲. تطبیق اجزا و اطمینان از برابری آنها

۳. نام‌گذاری هر جزء به دست‌آمده

در کار تقسیم نوارها و تطبیق اجزای به دست‌آمده لازم است توجه دانش‌آموزان به این مطلب جلب شود که انجام این تجربه به وسیله دیگران و مشاهده آن کافی نیست

^۱ برای اطلاع بیشتر رجوع شود به کتاب روش آموزش حساب و هندسه تألیف دکتر غلامحسین شکوهی، ص ۸۵.
^۲ نوار الف برای ساختن کسرها است. نوار ب رنگی با نوار الف تطبیق داده می‌شود و پس از اطمینان از برابری آنها، نوار ج به عنوان نمونه از کشی که کسر از آن ساخته می‌شود پیش هر دانش‌آموز نگهداری خواهد شد. نوار ج برای به دست آوردن مجدد نوار الف با استفاده از اجزای به دست‌آمده می‌باشد.

و بهتر است هریک از دانش‌آموزان، دو مرحله اول و دوم را شخصاً انجام دهند. در مرحله نام‌گذاری ضمن پذیرش نام‌هایی که قبلاً دانش‌آموز آموخته است و به کار می‌برد او را با نام‌های ریاضی کسر مانند یک‌دوم، یک‌سوم، یک‌چهارم، یک‌پنجم و... و همچنین اصطلاحات: صورت، مخرج و خط کسری آشنا می‌کنیم و خواندن و نوشتن هر جزء روی آن نوشته می‌شود. مثلاً، نواری که به دو قسمت مساوی تقسیم شده است روی هر قسمت آن $\frac{1}{2}$ نوشته و خوانده می‌شود. پس از اینکه کلیه اجزای تشکیل دهنده هر نواری کاغذی معین و نام‌گذاری شد به کودک فرصت داده می‌شود تا آخرین عملی کافی داشته باشد.

دانش‌آموزان هر گروه بعد از مقایسه اجزای به دست‌آمده نتیجه می‌گیرند:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6} > \frac{1}{7} > \frac{1}{8} > \frac{1}{9}$$

دانش‌آموزان عبارت ریاضی مذکور را می‌نویسند.

در پایان آزمایش در هر گروه دانش‌آموزان مأمور می‌شوند با انتخاب کسرهایی و پهلوی هم گذاشتن آن‌ها را در روی نوار (ج) نوار (الف) را که از آن کسرها را ساخته‌اند به دست آورند و با نوار رنگی (ب) تطبیق دهند و از برابری آن‌ها مطمئن شوند و بدانند که نوار (الف) با به کار بردن اجزا دوباره ساخته شده است. مثلاً با انتخاب نوار $\frac{1}{4}$ و تکرار آن ۴ بار روی نوار (ج) باعث می‌شود نواری برابر با نوار (الف) مجدداً به دست آید. به عبارت دیگر دانش‌آموزان می‌توانند از کل اجزا را بسازند و از پهلوی هم قراردادن اجزا دوباره کل را به دست آورند.

آزمایش ۲. هدف این آزمایش مقایسه کسرهایی است که دارای مخرج‌های مساوی یا صورت‌های برابر هستند. وسایل لازم برای آزمایش همان نوارهای سه‌گانه‌ای است که در آزمایش یک مورد استفاده قرار گرفته است. باز هریک از دانش‌آموزان وسایل آزمایش را شخصاً در اختیار دارند و در گروه‌های ۵ یا ۶ نفری دست به آزمایش می‌زنند و معلم نیز آنان را راهنمایی می‌کند.

الف) دانش‌آموزان مانند آزمایش یک، قطعات کسرها را درست می‌کنند و در هر

گروه کلیه قطعات کسرهای $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$ ساخته می‌شود و روی آن‌ها

نوشته می‌شود.

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}$$

بسی به وسیله دانش آموزان کسرهایی نظیر ساخته می شوند و سپس دانش آموزان کسرهای ساخته شده را می نویسند و می خوانند مانند: $\frac{2}{5}$ و خوانده می شود دوپنجم.
 ب) دانش آموزان در هر گروه با راهنمایی معلم تعدادی از هریک از قطعات کسری را انتخاب و مقایسه می کنند مثلاً سه قطعه کسری از $\frac{1}{9}$ ها، $\frac{1}{8}$ ها و... انتخاب و با هم مقایسه می کنند. نامساوی زیر را به دست می آورند و می نویسند.

$$\frac{3}{9} < \frac{3}{8} < \frac{3}{7} < \frac{3}{6} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4}$$

بعد از تمرین های عملی بیشتر و نوشتن نتایج مذکور، با راهنمای معلم از نامساوی های حاصله به این نتیجه می رسند.

در چند کسر که صورت های آنها برابر است کسری که بزرگترین مخرج را دارد کوچکترین کسر خواهد بود و کسری که کوچکترین مخرج را دارد بزرگترین کسر خواهد بود.

ج) در جلسه دیگری، آموزگار از اعضای گروه ها می خواهد قطعات کسری یکی از کارهای گروه مثلاً $\frac{1}{7}$ ها را به ترتیب: $\frac{6}{7}, \frac{5}{7}, \frac{4}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{1}{7}$ بردارند، و بهلوی هم بگذارند و مقایسه کنند از مقایسه کسرهای مذکور به نتیجه زیر می رسند:

$$\frac{6}{7} > \frac{5}{7} > \frac{4}{7} > \frac{3}{7} > \frac{2}{7} > \frac{1}{7}$$

در چند کسر که مخرج های آنها برابر است کسری که صورت آن بزرگتر باشد بزرگترین کسر و کسری که صورت آن کوچکتر باشد، کوچکترین کسر خواهد بود.

د) دانش آموزان در این آزمایش به این نتیجه می رسند کسرهایی که صورت و مخرج آنها مساوی است برابر با یک می باشند.

همچنین در قسمت ب مثلاً زمانی که دانش آموزان بخواهند سه قسمت از $\frac{1}{2}$ بردارند متوجه خواهند شد که قطعات کسری به قدر کافی در اختیار ندارند.

ممکن است به علت داشتن یک نوار و تقسیم آن، قطعات کافی برای برداشتن وجود

نداشته باشد. در اینجا دانش آموزان با کسرهای بزرگتر از واحد آشنا می شوند و می فهمند که زمانی به قطعات کسری بیشتر از آنچه از تقسیم یک واحد به دست آورده اند نیاز دارند. با این قبیل آزمایش ها دانش آموزان به مفهوم کسر بزرگتر از واحد نیز پی می برند.

آزمایش ۳. هدف آزمایش، آموزش کسرهای مساوی است.

- لوازم مورد نیاز برای هر دانش آموز:

۱. ۱۲ نوار کاغذی به ابعاد 2×30 سانتی متر
۲. کاغذ، مداد، خط کش
۳. یک برگ مقوا به ابعاد 50×50 سانتی متر (پوشه معمولی)
۴. چسب مایع

دانش آموزان در گروه های پنج و شش نفری کار می کنند و هر گروه با ۱۲ نوار کاغذ به ابعاد 2×30 سانتی متر که در اختیار دارند، با استفاده از خط کش، کسرهای

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{60}$$

را روی هر نوار مطابق شکل (۳) به نوبتی درست می کنند و مقدار کسرها را می نویسند. سپس روی برگ مقوا به ترتیب به صورت افقی زیر یکدیگر قرار می دهند و می چسبانند، دانش آموزان ضمن بررسی کسرهای مذکور، تساوی آنها را به شرح زیر کشف می کنند. می نویسند و درباره آنها صحبت می کنند. دانش آموزان می توانند خط کش را به صوت قائم روی $\frac{1}{2}$ قرار دهند و کسرهای مساوی آن را در روی نوارها معلوم کنند. مانند:

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{10}{20} = \frac{15}{30} = \frac{30}{60}$$

بعد خط کش را به صورت قائم روی $\frac{1}{3}$ قرار داده و کسرهای مساوی را کشف و یادداشت کنند. مانند:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{10}{30} = \frac{20}{60}$$

دانش آموزان با این روش کسرهای مساوی $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{60}$ و... را به دست می آورند و می نویسند. بعد از کشف کسرهای مساوی با راهنمایی معلم درمی یابند که وقتی به کسرهای مساوی از چپ به راست دقت کنند می بینند که صورت و مخرج کسرها به ترتیب ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰ برابر شده است.

همچنین اگر به کسرهای مذکور از راست به چپ توجه کنند می‌بینند که اگر صورت مخرج کسرها به ترتیب به ۲۰ و ۱۰ و ۵ و ۴ و ۲ تقسیم شوند کسر $\frac{1}{3}$ به دست می‌آید. لازم است برای تثبیت مفاهیم یادشده بالا، تمرین‌هایی عرضه شود. نمونه‌هایی از این‌گونه تمرین‌ها در زیر آمده است. البته هر معلمی می‌تواند بنا به سلیقه خود از تمرین‌های دیگری نیز استفاده کند.

۱. کسرهای مساوی کسر $\frac{3}{4}$ را بنویسید.

دانش‌آموزان برای انجام تمرین مذکور کافی است صورت و مخرج کسر را در اعدادی مانند ۲ و ۳ ضرب کنند و کسرهای $\frac{6}{8}$ و $\frac{9}{12}$ و... را به دست آورند که همه آن‌ها یا $\frac{3}{4}$ برابر هستند.

۲. کسرهای مساوی با کسر $\frac{20}{30}$ را بنویسید.

دانش‌آموزان برای به دست آوردن کسرهای مساوی با $\frac{20}{30}$ می‌توانند به ترتیب هر اعدادی که صورت و مخرج قابل تقسیم دارند تقسیم کنند. مانند:

$$\frac{20}{30} = \frac{10}{15} \text{ (صورت و مخرج به دو تقسیم شده است)}$$

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3} \text{ (صورت و مخرج به پنج تقسیم شده است)}$$

۱۱-۶ کسرهای بزرگ‌تر از واحد

زمانی که دانش‌آموزان در آزمایش ۲ (در قسمت روش شناخت کسرهای متعارفی و عملیات چهار عمل اصلی کسرها) وقتی نوار کاغذی به ۴ قسمت تقسیم می‌شود، یک قسمت را $\frac{1}{4}$ ، سه قسمت را $\frac{3}{4}$ و چهار قسمت را $\frac{4}{4}$ و... نام‌گذاری می‌کنند. اما زمانی که می‌خواهند کسرهای $\frac{5}{4}$ ، $\frac{6}{4}$ ، $\frac{7}{4}$ و... را درست کنند متوجه می‌شوند قطعات کسر $\frac{1}{4}$ را که از تقسیم یک نوار کاغذی به دست آورده‌اند برای ساختن کسرهای مذکور کافی نمی‌باشند.

وقتی دانش‌آموزان با راهنمایی معلم یاد می‌گیرند که می‌توان نوار کاغذی دیگری را به همان اندازه به ۴ قسمت تقسیم کرد و کسرهای $\frac{5}{4}$ ، $\frac{6}{4}$ ، $\frac{7}{4}$ و... را ساخت. در انجام این آزمایشات دانش‌آموزان می‌آموزند:

(الف) در آزمایش ۲ به کسرهایی که برای ساختن آن‌ها سه بیش از یک نوار کاغذی (یک واحد) نیاز است و باید به قسمت‌های مساوی تقسیم شوند کسر بزرگ‌تر از واحد می‌گویند.

(ب) کسرهای بزرگ‌تر از واحد را می‌توان به دو صورت نوشت: کسر $\frac{5}{4}$ و $\frac{1}{4}$.

این موضوع در خلال فعالیت‌های دانش‌آموزان روی کسرهای $\frac{1}{4}$ مشخص می‌شود. البته در اینجا اصطلاحات مربوط به کسر مخلوط، عدد کسری و نظایر آن نیز گفته می‌شود.

(ج) دانش‌آموزان با ساختن کسرهای بزرگ‌تر از واحد، نوشتن و خواندن آن‌ها به دو صورت مذکور در بند (ب) تمرین کافی می‌کنند. به طوری که می‌توانند اعمال خود را

به سرعت یادداشت و توجیه کنند. مثلاً برای ساختن کسر $\frac{6}{5}$ عملاً دو نوار کاغذی را می‌برند و کسرهای $\frac{1}{5}$ را می‌سازند و بعد ۶ قطعه بر می‌دارند. تمام آن $\frac{6}{5}$ خواهد بود و

بسی می‌نویسند. همچنین با کنار هم گذاشتن ۵ قطعه در کسرهای $\frac{1}{5}$ دوباره برگ نوار کاغذی قبلی به دست می‌آید، که حاصل کار یک نوار کامل و یک قطعه $\frac{1}{5}$ خواهد بود و

می‌نویسند: $\frac{1}{5}$.

(د) دانش‌آموزان بعد از تمرینات عملی کافی می‌توانند کسرهای بزرگ‌تر از واحد

را به دو صورت کسر و عدد کسری بخوانند، بنویسند و آن‌ها را به یکدیگر تبدیل کنند.

(ه) دانش‌آموزان با کارهای فوق‌الذکر به این نتیجه می‌رسند که هر عدد صحیح را

می‌توانند به صورت عدد کسری بنویسند و برعکس، اگر عدد صحیح جزء کسر شده باشد، از آن خارج کنند.

(و) دانش‌آموزان ضمن کار روی کسرهای بزرگ‌تر از واحد، عملاً با جمع

کسرهایی که دارای مخرج برابر نیز هستند آشنا می‌شوند (شکوهی، ۱۳۴۳).

۱۱-۷ روش تدریس جمع و تفریق کسره‌های متعارفی

انجام آزمایش‌های که ذکر آنها گذشت، به دانش‌آموزان فرصت می‌دهد تا دربارهٔ مقایسه کسر متعارفی در مورد قطعات کسری به دست آمده دقت کنند و آنها را از جهات مختلف و کنج‌کاوانه قضاوت کنند. در آموزش مقایسه کسر، دانش‌آموزان در مورد جمع و تفریق قطعات کسری تجربه‌هایی دارند. ولی هم‌اکنون معلمان تجارب پراکندهٔ دانش‌آموزان را در قالب منظم و برنامه‌ریزی شده ارائه می‌کنند. در مدارس ابتدایی کوشش می‌شود تا از معلومات قبلی دانش‌آموزان حداکثر استفاده به عمل آید. از نظر منطقی نیز آموزش مقایسه ریاضی طوری برنامه‌ریزی و عرضه می‌گردد که هر مطلب مقدمه مطلب بعدی باشد. از این رو، در تدریس جمع و تفریق نیز از معلومات قبلی دانش‌آموزان استفاده می‌شود (دلویین، ۲۰۱۰).

الف) وقتی کودکان در آزمایش ۲، (بند روش شناخت کسره‌های متعارفی و عملیات چهار عمل اصلی کسرها) روی قطعات کسری که خود ساخته‌اند تمرین می‌کنند، با راهنمایی معلم، جمع و تفریق کسره‌های متعارفی هم مخرج را نیز انجام می‌دهند. وقتی با قطعات $\frac{1}{6}$ ، $\frac{2}{6}$ ، $\frac{3}{6}$... کار می‌کنند معلم آنها را راهنمایی می‌کند تا $\frac{1}{6}$ نوار کاغذی را با $\frac{2}{6}$ آن جمع کنند. دانش‌آموزان قطعه $\frac{1}{6}$ را در کنار قطعه‌ای به اندازه $\frac{2}{6}$ قرار می‌دهند. وقتی می‌پرسید «حالا چه کسری دارید؟» خواهند گفت: $\frac{3}{6}$. به عبارت دیگر جمع زیر را انجام می‌دهند.

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$$

(می‌گویند: یک ششم و دو ششم برابر است یا سه ششم)

حالا اگر برعکس از دانش‌آموز بخواهید $\frac{1}{6}$ را از $\frac{3}{6}$ که ساخته کم کند

دانش‌آموز بلافاصله پاسخ می‌دهد یا $\frac{2}{6}$

$$\frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$

دانش‌آموزان عملاً کار جمع و تفریق را روی کسرهایی که خود ساخته‌اند به آسانی انجام می‌دهند و سپس نتیجه اعمال خود را می‌نویسند و به معلم ارائه می‌دهند. بعد از مدتی کار روی اشیاء، به تدریج مسائل ساده‌ای را که در آنها از اعداد مقید و احیاناً مطلق استفاده

شده است، تمرین می‌کنند تا مفاهیم یاد گرفته شده تثبیت گردد. دانش‌آموزان بی‌خواهند برد که وقتی بخواهیم کسرهایی را که دارای مخرج برابر هستند، با هم جمع و یا از هم تفریق کنیم کافی است کسرها را به صورت جمع و تفریق سطری نوشته و تنها صورت‌های کسرها را با هم جمع و یا صورت‌های دو کسر را از هم تفریق کنیم (عزنجوار، ۱۳۹۰).

ب) وقتی از دانش‌آموز می‌خواهید $\frac{1}{2}$ نوار کاغذی را به $\frac{1}{3}$ نوار کاغذی که قبلاً در آزمایش‌های انجام شده ساخته شده است جمع کند، آنها را کنار هم قرار می‌دهد. نواری که به دست می‌آید جمع دو نوار $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ است ولی نمی‌توان گفت حاصل جمع چیست؟ یا اگر بخواهید از $\frac{1}{2}$ نوار به اندازه $\frac{1}{3}$ از همان نوار کم کنید عملاً این امر ممکن است، ولی باقی‌مانده چه نامی خواهد داشت روشن نیست. برای آسان‌کردن دانش‌آموزان می‌توان گفت: دانش‌آموزی در مهرماه ۴ شبانه‌روز و در آبان‌ماه یک هفته به مسافرت رفته است دانش‌آموز مذکور در دو ماه مهر و آبان چه مدتی مسافرت کرده است؟ برای حل این مسئله دانش‌آموز ناچار است واحد زمان را در دو مدت مذکور (مهر و آبان) یکسان کند تا جمع آنها ممکن گردد. مثلاً، یک هفته را تبدیل به ۷ شبانه‌روز کند و سپس بگوید: ۴ شبانه‌روز و ۷ شبانه‌روز می‌شود ۱۱ شبانه‌روز.

از طریق این قبیل مثال‌ها، دانش‌آموزان به این نکته پی می‌برند که در جمع و تفریق کسرها نیز لازم است تا واحد کسرها یکسان شود. مثلاً، در جمع $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{6}$ باید کسرهایی معادل این دو کسر پیدا کنند که قطعات کسری آنها برابر باشد و اینکار را می‌توانند سریعاً با توجه به تجربیات حاصله در آزمایش ۳ قسمت ۷-۴-۲ انجام دهند. زیرا می‌دانند که:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

به عبارت دیگر می‌توانند به جای کسر $\frac{1}{2}$ از کسر $\frac{3}{6}$ و به جای کسر $\frac{1}{3}$ از کسر

$\frac{2}{6}$ استفاده کنند. جمع یا تفریق دو کسر $\frac{2}{6}$ و $\frac{3}{6}$ به آسانی ممکن است و در قسمت

الف) روش کار را آموخته‌اند. ولی مراجعه به جدول آزمایش ۳ و پیدا کردن کسرهایی معادل که دارای مخرج مشترک هم باشند همیشه امکان‌پذیر نیست. بنابراین دانش‌آموزان را تشویق می‌کنیم بعد از تمرینات زیاد به روش بالا، بتوانند با ضرب کردن

صورت و مخرج کسر در اعدادی نظیر ۲ و ۳ و ۴ و... کسرهای با مخرج مشترک را به آسانی پیدا کنند. مثلاً در جمع $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{6}$ می توانست صورت و مخرج کسر $\frac{1}{2}$ را سه برابر و صورت و مخرج $\frac{3}{6}$ را دو برابر کنند و کسرهای $\frac{3}{6}$ و $\frac{2}{6}$ را که معادل کسرهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ هستند به دست آورند. البته بعد از مدتی تمرین و ممارست متوجه خواهند شد عدد ۳ که در صورت و مخرج $\frac{1}{3}$ ضرب می شود همان مخرج کسر $\frac{1}{3}$ و عدد دو که در صورت و مخرج $\frac{1}{2}$ ضرب می شود همان مخرج کسر $\frac{1}{2}$ است. بعد از تمرین های مستمر و مداوم است که دانش آموزان خواهند توانست جمع و تفریق کسرهایی که مخرج مشترک نیز ندارند انجام دهند. مانند:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \begin{cases} \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20} \\ \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20} \end{cases} \text{ یا } \frac{8}{20} + \frac{5}{20} = \frac{13}{20}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \begin{cases} \frac{5 \times 4}{8 \times 4} = \frac{20}{32} \\ \frac{1 \times 8}{4 \times 8} = \frac{8}{32} \end{cases} \text{ یا } \frac{20}{32} - \frac{8}{32} = \frac{12}{32}$$

ج) در جمع و تفریق کسرهایی که عدد صحیح دارند و آن ها را در برخی از کتاب ها عدد کسری و در بعضی از کتاب ها مخلوط نامیده اند می توان عدد صحیح را با توجه به تجارب قبلی جزء کسر کرد و سپس با استفاده از روش های گفته شده در بندهای (الف و ب) جمع و تفریق را انجام داد.

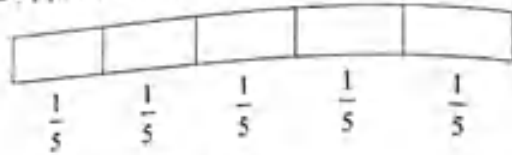
۸-۱۱ روش تدریس ضرب کسر متعارفی

دانش آموزان ضرب و مفاهیم آن را قبلاً آموخته اند و با روش های مختلف خواندن و نوشتن اعمال ضرب نیز آشنایی دارند. بنابراین ذکر تجارب آموزشی در اینجا صرفاً به خاطر کاربرد اعداد کسری در عملیات ضرب است.

تجربه ۱. می خواهیم دانش آموزان ضرب $2 \times \frac{2}{5}$ را انجام دهند. برای این امر دو روش کار پیشنهاد می گردد؛ در روش اول دانش آموزان از همان نوارهای کاغذی که در

شکل گیری مفهوم کسر و روش تدریس کسر متعارفی ۲۰۳

تجارب قبلی به کار می برند استفاده کنند. در روش دوم دانش آموزان می توانند با راهنمایی معلم از تصاویر استفاده کنند که در اینجا نیز همین روش به کار می رود. از دانش آموزان می خواهیم در روی کاغذ شطرنجی تصویر زیر را بکشند.



شکل ۷-۴

بعد از دانش آموزان می خواهیم $\frac{2}{5}$ شکل را رنگ کنند. شکل به صورت زیر در

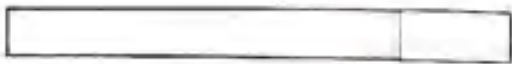
می آید.



شکل ۸-۲

سپس به دانش آموزان می گویم ۲ تا $\frac{2}{5}$ را رنگ کنند. شکل به صورت زیر

خواهد شد.



شکل ۹-۲

از دانش آموزان می خواهیم کسر به دست آمده را بخوانند ($\frac{4}{5}$).

از دانش آموزان بخواهید ضرب را بنویسند.

$$2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

دانش آموزان این تجربه را در ضرب کسرهای متعددی مانند $2 \times \frac{1}{2}$ و $3 \times \frac{1}{2}$

و $4 \times \frac{1}{2}$ و $5 \times \frac{1}{2}$ و... به کار خواهند بست. فقط باید در انتخاب ضرب ها دقت شود، که حاصل ضرب کسر بزرگ تر از واحد نباشد.

در پایان دانش آموزان باید همه ضرب هایی را که به دست آورده اند به ترتیب زیر بکلیت بنویسند.

شکل گوی مفهوم کسر: روش تدوین کسر متداولی ۱۰۵

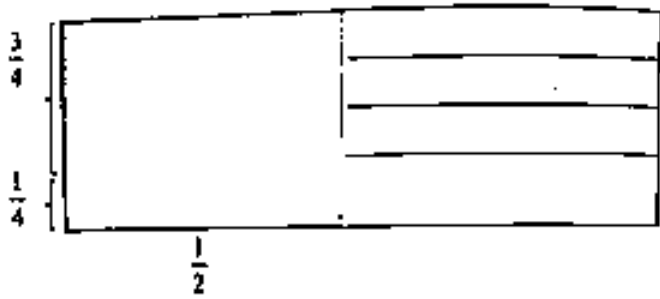
باز تجارب دیگری (تا حدی که دانش آموزان به مفهوم امر می بینند) مانند تجربه اول ترتیب داده می شود. در پایان دانش آموزان از تجارب خود نتیجه می گیرند.

در کسرها، صورت کسر در عدد صحیح ضرب شده است.

تجربه ۳ می خواهیم ضرب $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ را تدوین کنیم. دانش آموزان مفهوم ضرب را می دانند و با مفاهیم کسر نیز آشنا هستند و می توانند از این مفاهیم در تجارب روزانه استفاده کنند.

آزمایشاتی که برای دانش آموزان ترتیب داده می شود بهتر است با تصویری باشد که روی کاغذ شطرنجی می کشند.

- ابتدا کسر $\frac{1}{2}$ را می سازند و رنگ می کنند سپس $\frac{3}{4}$ کسر $\frac{1}{2}$ را پیدا می کنند. اول کسر $\frac{1}{2}$ به چهار قسمت مساوی تقسیم می شود و سپس ۳ قسمت آن را پررنگ می کنند (مطابق شکل).



شکل ۱۲-۲ ضرب $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

- بعد از انجام کارهایی که گفته شد کسر به دست آمده را با توجه به کل واحد نامگذاری می کنند. مثلاً در مثال بالا $\frac{3}{4}$ از $\frac{1}{2}$ برابر شده است یا $\frac{3}{8}$ از کل تصویری که روی آن ضرب را انجام داده اند.

- نوشتن عملیات ضرب در هر مرحله ادامه می یابد و به این نتیجه می رسد:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

$$2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

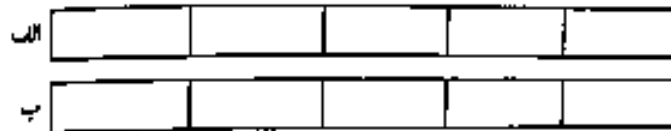
$$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

و دانش آموزان می پرسیم که چه خصوصیات مشترکی را در این ضربها مشاهده می کنند؟ با ولعتمایی معلم دانش آموزان خواهند آموخت که:

در همه این ضربها عدد صحیح به صورت کسر ضرب شده است.

تجربه ۴. می خواهیم ضرب $2 \times \frac{2}{5}$ را تدوین کنیم. برای تدوین این قیبل ضربها دوره وجود دارد یکی اینکه از خاصیت تعویض پذیری ضرب استفاده شود یعنی دانش آموزان ضرب $2 \times \frac{2}{5}$ را به صورت $\frac{2}{5} \times 2$ بنویسند و عمل کنند و در روش دوم می نویسیم از دانش آموزان بخواهیم در نوار کاغذی 2×20 سانتی متر یک رنگ و در کنار یکدیگر بگذارند.



شکل ۱۰-۴

و سپس نوارهای الف و ب را جدا کنند و حاصل را در کنار هم بگذارند، آنها را بخوانند و بنویسند مراحل کار باید به شرح زیر باشد:



شکل ۱۱-۴

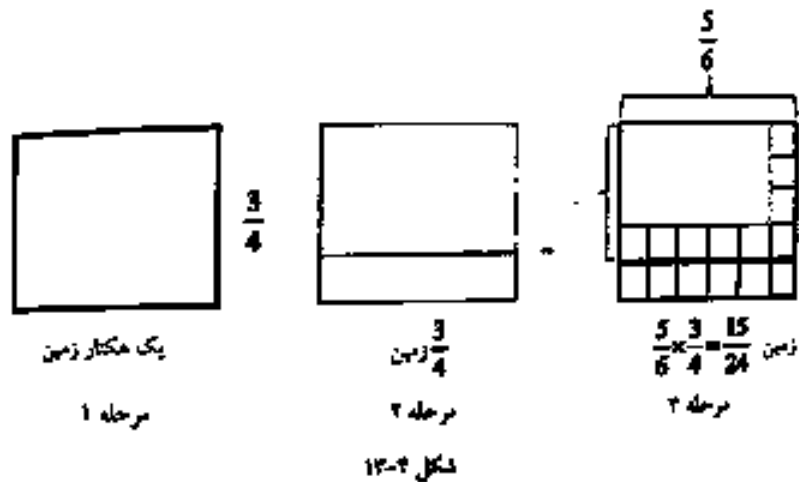
- دانش آموزان ضرب کسرهایی را که می توان روی تصاویر انجام داد، با انتخاب و توصیف معلم، تمرین می کنند و پس از تمرینهای متعدد به این نتیجه می رسند که:

در ضرب کسر در کسر، صورتها در همدیگر و مخرجها نیز در همدیگر ضرب می شوند.

- برای ضرب اعداد کسری (کسر مخلوط) مانند $2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4}$ روش های متعددی وجود دارد بهترین است در کلاس های ابتدایی، ابتدا عدد صحیح را جزء کسر نمایند و سپس مانند آنچه که در تجربه ۳ گفته شد عمل کند.

تجربه ۴. زمین به مساحت یک هکتار داریم. شخصی $\frac{3}{4}$ زمین را خریداری می کند و $\frac{5}{6}$ از زمین خریداری شده ($\frac{3}{4}$ زمین) درخت می کارد، در چه مقدار از زمین درخت کاشته شده است؟

روش دانش آموزان با مسئله بالا رویهرو می شوند در طرح زیر را برای حل مسئله خواناتر داشت:



اگر طرح و نقشه خود را که از روی معلومات مسئله ساخته است در سه مرحله تهیه کند می تواند حاصل ضرب $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = 2$ را برابر $\frac{15}{24}$ در تصویر پیدا کند و بنویسد $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{24}$ و با کمی دقت معلوم می شود در ضرب مذکور صورتها در هم ضرب شده و مخرجها نیز در هم ضرب شده است. این روش را اکتشافی می گویند.

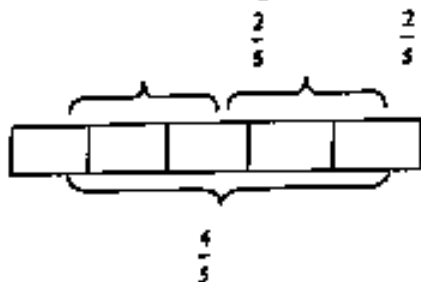
۹-۱۱ تدریس تقسیم کسر متعاضی

همان طور که در فصل پیشین گفته شد، تقسیم را می توان به روش های مختلفی به دانش آموزان یاد داد. به همین ترتیب، تقسیم کسرها را نیز می توان به روش های گوناگون به دانش آموزان یاد داد. مهم این است که معلم اجزای دهد دانش آموزان خود شخصاً روشها را تجربه کنند.

الف) تقسیم کسر بر کسر

در زمینه تقسیم کسر بر کسر، بهتر است تقسیم کسرها را از تقسیم کسرهایی هم مخرج آغاز کنیم. سایر تقسیمها مانند تقسیم کسر بر عدد صحیح، عدد صحیح بر کسر، عدد کسری بر کسر و بالعکس را با کمک تقسیم کسرهایی هم مخرج آموزش می دهیم. لازم است دانش آموزان مفهوم اول تقسیم (مفهوم تقاضا گیری) را به خوبی فهمیده باشند، زیرا در مثالها از مفهوم مذکور استفاده خواهد شد. مثلاً $\frac{4}{5}$ نوار کاغذی را

داریم می خواهیم بینم چند قسمت $\frac{2}{5}$ در آن وجود دارد؟



شکل ۴-۱۲. تقسیم کسر بر کسر

مطابق شکل دانش آموزان روی نوار کاغذی $\frac{4}{5}$ را مشخص می کنند آنها می توانند آن را نیز قیچی کنند.

- روی $\frac{4}{5}$ نوار دوبار $\frac{2}{5}$ آن را جدا می کنند و نتیجه را می گویند. (در نوار $\frac{4}{5}$

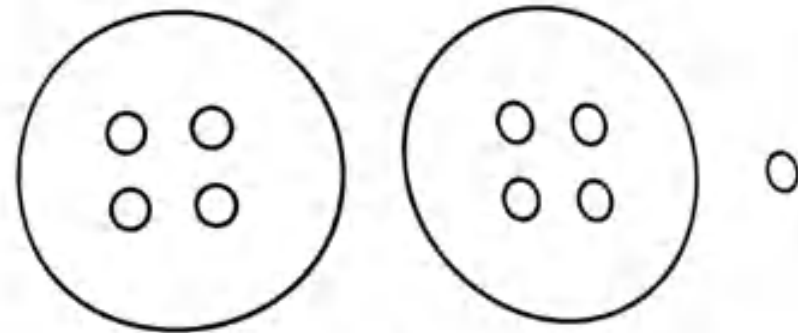
نوار $\frac{2}{5}$ دوبار هست).

- با راهنمایی معلم، مطالب مذکور با کلام ریاضی و سپس به همان ترتیب نوشته و نوشته می شود.

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = 2$$

- بعد از تمرین و ممارست روی کسرهای متعدد نتیجه گرفته می شود که در این لیبیل تقسیم ها صورت مقسوم به صورت مقسوم علیه تقسیم می گردد.
- وقتی صورت و مخارج به یکدیگر قابل تقسیم باشند مشکلی وجود نخواهد داشت، در غیر این صورت برای به دست آوردن خارج قسمت لازم است دانش آموزان آمادگی داشته باشند.

ایجاد آمادگی: در تقسیم هایی نظیر $9 \div 4 = 2$ دانش آموزان معمولاً از مفهوم اندازه گیری در تقسیم استفاده می کنند. در اینجا مجدداً تقسیم های نظیر $9 \div 4$ را مطرح و مراحل را یادآوری می کنیم.



شکل ۴-۱۵. تقسیم $9 \div 4$

- در مجموعه ۹ تایی ۲ دسته کامل ۴ تایی وجود دارد و یکی باقی می ماند.

- باقی مانده را با واحد ۴ تایی اندازه گیری می کنیم $\frac{1}{4}$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \overline{) 9} \\ \underline{-8} \\ 1 \text{ باقی} \end{array}$$

- می توانیم خارج قسمت تقسیم را بنویسیم $2\frac{1}{4}$

یا

$$9 \div 4 = 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

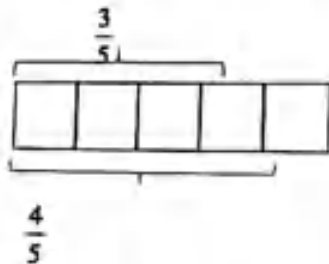
شکل گیری مفهوم کسرها روش تدریس کسر متعارف ۲۰۹

دانش آموزان باید به این نکته توجه کنند که در تقسیم دو عدد مانند $9 \div 4$ می توان نوشت $9 \div 4 = \frac{9}{4}$. بعد از تفهیم مطلب مذکور به تمرین کافی نیاز است. دانش آموزان از این موضوع در تقسیم های کسر بر کسر استفاده خواهند کرد.
- موضوع دیگر در این تقسیم ها این است که اگر هر عدد به یک تقسیم شود خارج قسمت را می توان چنین نوشت:

$$4 \div 1 = \frac{4}{1} \text{ و } 9 \div 1 = \frac{9}{1}$$

در این کسرها $\frac{4}{1}$ و $\frac{9}{1}$ واحد اندازه گیری، یک واحد کامل است. البته در این مورد قبلاً مطالب لازم را یاد گرفته اند. (رجوع شود به تدریس تقسیم).

- در تقسیم $\frac{4}{5} : \frac{3}{5}$ مراحل کار تقسیم مانند گذشته خواهد بود ولی روش دیگری نیز برای یافتن خارج قسمت می توان به کار برد. باید توجه دانش آموزان را به این واقعیت جلب کنیم که در $\frac{4}{5}$ مقدار $\frac{3}{5}$ یک بار به درستی وجود دارد که $\frac{3}{5}$ از $\frac{4}{5}$ را در بر گرفته است ولی در $\frac{1}{5}$ باقی مقدار $\frac{3}{5}$ یک سوم بار وجود دارد. حاصل اینکه در مقدار $\frac{4}{5}$ نوار کاغذی قسمت $\frac{3}{5}$ نوار کاغذی $1\frac{1}{3}$ بار می گنجد.



شکل ۴-۱۶. تقسیم $\frac{4}{5} : \frac{3}{5}$

بعد از مشاهده این واقعیت دانش آموزان آن را می نویسند. البته $1\frac{1}{3}$ بعداً

به صورت $\frac{4}{3}$ نوشته می شود.

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{5} = 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

لازم است بعد از تجربه‌های متعدد عملی، نوشتن آنها، تفکر روی مقدار خارج قسمت و چگونگی به دست آوردن آن این نتیجه حاصل شود که در این قبیل تقسیم‌ها صورت مفسوم به صورت مفسوم علیه تقسیم و حاصل نوشته می‌شود.

- چنانچه تقسیم $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ مورد نظر باشد، با راهنمایی معلم، ابتدا دانش‌آموزان کسرها را هم مخرج می‌کنند $(\frac{3}{6} : \frac{2}{6})$ سپس مانند تجارب قبلی صورت مفسوم را به صورت مفسوم علیه تقسیم می‌کنند:

$$\frac{3}{6} : \frac{2}{6} = \frac{3}{2}$$

۱۰-۱۱ تقسیم کسر بر عدد صحیح و برعکس

به منظور تدریس کسر بر عدد صحیح و برعکس روش‌های متعددی وجود دارد که می‌توان به‌طور مستقل از آنها استفاده کرد. ولی در این کتاب به دنبال آموزش‌های قبلی در مورد تقسیم کسرهای جهت تدریس تقسیم کسر بر عدد صحیح و برعکس از همان تجارب استفاده می‌کنیم که دانش‌آموزان در آنها مهارت پیدا کرده‌اند.

در تقسیم‌هایی نظیر $2 : \frac{1}{3}$ و $\frac{3}{4} : 3$ می‌توان تقسیم‌ها را به شرح زیر نوشت:

$$1. \frac{2}{1} : \frac{1}{3} =$$

$$2. \frac{3}{4} : \frac{3}{1} =$$

- بنا به تجربه‌هایی که دانش‌آموزان پیدا کرده‌اند کسرها را هم مخرج می‌کنند:

$$1. \frac{6}{3} : \frac{1}{3} =$$

$$2. \frac{3}{4} : \frac{12}{4} =$$

- بعد از هم مخرج کردن کسر، صورت‌ها را به هم تقسیم می‌کنند. مراحل کار به قرار زیر خواهد بود:

$$1. \frac{6}{3} : \frac{1}{3} = \frac{6}{1} = 6$$

$$2. \frac{3}{4} : \frac{12}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

شکل‌گیری مفهوم کسر، روش تدریس کسر متعارفی ۲۱۱

در اغلب کتب درسی و راهنمای تدریس برای تدریس تقسیم کسر بر عدد صحیح و برعکس از تجارب استفاده می‌شود که هر یک راجعاً مستقلی دارد و گاهی نیز موضوع صرفاً به صورت استدلال منطقی مطرح می‌گردد. توصیه می‌شود در هر درس تنها یک نکته تازه تدریس گردد و بقیه مطالب درسی با توجه به تجارب قبلی دانش‌آموزان انتخاب شود. در این صورت لائق نظم طبیعی مطالب ریاضی حفظ می‌شود و دانش‌آموزان تلاش فکری و عملی کمتری جهت آموختن می‌کنند. بر طبق روش تدریس پیشنهادی این کتاب علاوه بر اینکه دانش‌آموزان در یادگیری کاملاً مشارکت دارند، معلم نیز می‌تواند با روش آموزش برنامه‌ای و با تکنیک فزونی با روش‌های فعالیت جمعی دروس ریاضی را برنامه‌ریزی و تدریس کند. البته معلمانی که عموماً به مفاهیم ریاضی مسلط نباشند و با روش‌های نو تدریس ریاضی نیز آشنایی نداشته باشند نمی‌توانند از عهده تدریس به‌شکلی موفقیت‌آمیز برآیند (بوف، ۲۰۱۲).

نسبت و تناسب زمانی که دانش‌آموزان می‌خواهند مقادیر با اعداد را با هم مقایسه کنند از مفهوم نسبت استفاده می‌کنند. مانند یکی از ۶ صندلی اطاق شکسته است. اینجا کسر $\frac{1}{6}$ ، نسبت صندلی شکسته به تعداد صندلی‌ها است.

اگر هر مداد قیمتش ۵۰ ریال باشد مسلماً قیمت ۲ مداد ۱۰۰ ریال، ۳ مداد ۱۵۰ ریال، ۴ مداد ۲۰۰ ریال، و n مداد برابر ۵۰n خواهد بود و می‌توان این مورد را به صورت زیر نشان داد.

$$\frac{\text{مدادها}}{\text{میزان پول}} = \frac{1}{50} = \frac{2}{100} = \frac{3}{150} = \frac{4}{200} = \frac{n}{500n}$$

هر دو نسبت مساوی از نسبت‌های بالا را تناسب می‌گویند.

$$\frac{1}{50} = \frac{2}{100}$$

دانش‌آموزان باید بتوانند نسبت را در نشان دادن فعالیت‌های روزمره به‌کار گیرند. مثلاً وقتی دانش‌آموزی از میزان پول جیبی خود هر ماه، مبلغی را صرف خرید کتاب می‌کند می‌تواند بگوید چه نسبتی بین پول صرف‌شده برای خرید کتاب و همچنین پول توجیبی او وجود دارد. مثلاً اگر پول توجیبی او برابر ۳۰۰۰ ریال است و ۳۰۰ ریال صرف خرید کتاب می‌کند نسبت مذکور برابر $\frac{1}{10}$ یا $\frac{300}{3000}$ خواهد بود. اگر در ماه بعد

می‌تواند ۶۰۰ ریال کتاب بخرد نسبت مذکور تغییر می‌یابد. $\frac{600}{3000} = \frac{1}{5}$ و کسر $\frac{1}{5}$ نشان می‌دهد که پول اختصاصی به خرید کتاب بیشتر شده است ولی درآمد او تغییری نیافته است (عزتخواه، ۱۳۹۰).

دانش‌آموزان در تمرین‌هایی که انجام می‌دهند روش‌های مختلفی را در پیش می‌گیرند ولی در ابتدای کار بهتر است از وسایل آموزشی مناسب استفاده کنند. بنابراین تکنیک خاصی برای تدریس مفاهیم نسبت و تناسب ارائه نمی‌شود و تنها مثال‌هایی که دانش‌آموزان می‌توانند انجام دهند پیشنهاد می‌شود، البته هر معلم ابتدایی، خود با استفاده از کتب درسی و کتاب‌های مرجع می‌تواند مثال‌هایی را تهیه و به دانش‌آموزان بدهد. مانند:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{\square}$$

$$50:20 = 4:\square$$

$$100:\square = 40:4$$

خلاصه فصل یازدهم

در این فصل هدف آشنایی با مفاهیم کسرهای متعارفی و روش تدریس آن‌ها بود. ما ابتدا به تقسیم‌بندی اعداد طبیعی، صحیح، گویا، و سپس به کسرهای متعارفی اشاره کردیم و گفتیم برای اینکه دانش‌آموزان بتوانند کسرها را بسازند یا نام‌گذاری کنند پیش‌زمینه‌هایی لازم است پس از آن، به مراحل تدریس کسرهای متعارفی، روش خانم مونتسوری، روش شناخت کسرهای متعارفی، عملیات چهار عمل اصلی کسرها و کسرهای بزرگ‌تر از واحد اشاره شد. سپس روش تدریس جمع و تفریق، ضرب و تقسیم کسرهای متعارفی ارائه شد و رابطه نسبت و تناسب مورد بحث قرار گرفت.

خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل یازدهم

با پاسخ‌دادن به نمونه‌هایی از پرسش‌های امتحانی خود را بیازمایید.

۱. مفهوم اعداد گویا و کسر از چه سالی وارد کتاب‌های درسی می‌شود؟

الف) دوم ابتدایی

ب) اول ابتدایی

ج) سوم ابتدایی

د) پنجم ابتدایی

۲. تدریس مفهوم کسر از چه طریقی صورت می‌گیرد؟

الف) تمرین به وسیله مواد کمک‌آموزشی

ب) حل تمرین و محاسبات ریاضی

ج) تمرین به وسیله اعداد

د) الف و ب

۳. بهترین راه برای آموزش مفهوم کسر در سنین ابتدایی کدام گزینه می‌باشد؟

الف) استفاده از اشکال ریاضی

ب) استفاده از شن‌خلمی‌ها

ج) استفاده از اعداد گویا

د) استفاده از وسایل کمک‌آموزشی

۴. اعداد طبیعی با چه علامتی نشان داده می‌شوند؟

الف) N

ب) Z

ج) S

د) p

۵. اعداد گویا با حرف نشان داده می‌شوند؟

الف) Z

ب) Q

ج) p

د) S

فصل دوازدهم

شکل‌گیری مفاهیم اعشار و درصد

هدف کلی

آشنایی با روش تدریس کسرهای اعشاری

هدف‌های یادگیری

پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:

۱. با استفاده از معلومات قبلی دانش‌آموزان کسرهای اعشاری را تدریس کنید.
۲. روش تبدیل کسرهای اعشاری به کسر متعارفی را توضیح دهید.
۳. روش جمع و تفریق کسرهای اعشاری را شرح دهید.
۴. روش ضرب و تقسیم کسرهای اعشاری را بیان کنید.
۵. رابطه کسرهای اعشاری و متعارفی با درصد را بحث کنید.

مقدمه

در کنار کسرهای متعارفی، کسرهای اعشاری کسرهایی هستند که دانش‌آموزان ضمن آموزش کسرهای متعارفی آن را آموخته‌اند یا با آن آشنا شده‌اند و اگر خواندن و نوشتن این کسرها به صورت کسر متعارفی ادامه یابد مطلبی جدید برای آموزش وجود نخواهد داشت. ولی دانش‌آموزان در اندازه‌گیری‌های طول، وزن، سطح، حجم، و... نیاز دارند با کسرهایی کار کنند که مخرج آن‌ها ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... می‌باشد. مانند، $\frac{1}{10}$ ، $\frac{4}{100}$

شکل گیری مفاهیم اعشار و درصد ۲۱۷

تعداد گلوله	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
تعداد تانک	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵
تعداد سواران	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
	۱۷	۲۰	۱۴	۱۰	۱۳/۵	۱۶	۷

شکل ۲-۵

باتوجه به جدول بالا

۱. نسبت آب لیوان به شربت $\frac{1}{2}$ یا ۱ به ۲ است، یعنی میان آب لیوان به شربت یک ارتباط مشخص وجود دارد، به طوری که در برابر هر لیوان آب ۲ قاشق مایع شربت لازم است.

۲. نسبت هر تیم فوتبال به تعداد بازیکنان اصلی آن $\frac{1}{5}$ یا ۱ به ۵ است، یعنی میان تیم فوتبال و تعداد بازیکنان آن رابطه و ارتباط مشخصی وجود دارد، به طوری که هر تیم فوتبال ۵ بازیکن اصلی دارد.

۳. بین شماره آمار دانش آموزان و نمره آنان ارتباط مشخص وجود ندارد و برای این موضوع نسبت مشخصی نمی توان یافت.

۴. تساوی $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ را یک تناسب می نامیم و می خوانیم: ۱ به ۲ مثل ۴ است به ۸

تساوی $\frac{1}{5} = \frac{4}{20}$ را یک تناسب می نامیم و می خوانیم: ۱ به ۵ مثل ۴ است به ۲۰.

تسهیم به نسبت:

تسهیم به معنی سهم دادن، سهم بندی کردن، جزء جزء کردن می باشد و در ریاضی بررسی نسبت یک مقدار به کل را «تسهیم به نسبت» می گویم.

مثال

در شکل زیر نسبت قسمت رنگ شده به کل شکل چقدر است؟

$\frac{57}{1000}$ و... با استفاده از معلومات قبلی دانش آموزان در زمینه ارزش مکانی ارقام و کسره های متعارفی می توان خواندن و نوشتن کسره های متعارفی را که متخرج آنها ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰... است در قالب دیگری که آن را خواندن و نوشتن کسر اعشاری می گویند مطرح کرد (کرسان^۱ و همکاران، ۲۰۰۳).

در طول روز به صورت عملی از کسره های متعارفی استفاده می کنیم بدون آنکه به صورت عمیق به مفهوم کسر توجه داشته باشیم. زمانی که یک کیک را به قسمت های مساوی تقسیم می کنیم یا یک سب را به صورت مساوی بین دو نفر تقسیم می کنیم از مفهوم کسر استفاده کرده ایم.



شکل ۱-۵

معکوس یک کسر:

معکوس به معنی واژگونه و وارونه است و اگر جای صورت و مخرج یک کسر را عوض کنیم معکوس آن به دست می آید.

مثال: معکوس $\frac{2}{3}$ برابر با $\frac{3}{2}$ است.

نسبت^۲:

نسبت به معنی پیوستگی، ارتباط، اتصال، خویشاوندی و رابطه میان دو شخص یا دو شیء می باشد و در ریاضی ارتباط دقیق و مشخص است و به کمک اعداد بیان می شود. تناسب^۳:

تناسب به معنی باهم نسبت داشتن، وجود داشتن رابطه و نسبت میان دو شخص یا دو شیء می باشد و در ریاضی بیان تساوی دو نسبت را «تناسب» نامند.

1. Kersaint
2. Ratio
3. Proportion

اعشار، ممیز؛
ممیز به معنی تمیز دهنده و جداکننده می باشد و در عدد اعشاری علامتی است
به شکل ۰ یا ۰۰ که برای جدا کردن قسمت کسری از جزء صحیح به کار می رود.

مثال:
3/57 (سه و پنجاه و هفت صدم) عدد اعشاری است که 3 جزء صحیح و 57/100
قسمت کسری آن می باشد. این دو قسمت به کمک علامت ۰/۰ از هم جدا شده اند.

پیش نیازها: تجربه دانش آموزان
آن گونه که شکوهی (۱۳۶۳) مطرح ساخته است، بهترین وسیله برای تدریس
عددهای اعشاری استفاده از اندازه گیری طول و آموزش واحد طول و اجزاء و اضعاف
آن می باشد. خط کش های نواری که روی آن ها دسی متر (1/10 متر)، سانتی متر (1/100 متر)
و میلی متر (1/1000 متر) متمایز شده است وسیله مناسبی برای آموزش عددهای
اعشاری است.

بدین منظور لازم است تا از یک ترتیب منطقی پیروی شود. به این صورت که بعد از
آموزش واحد طول (متر) از دانش آموزان خواسته می شود با کمک خط کش های نواری خود
طول و عرض نمکت، نخته سیاه کلاس، درها، پنجره ها و... را در کلاس اندازه گیری کنند.
آن ها در اندازه گیری های خود می بینند که همه این طول ها دقیقاً ۲ یا ۳ یا ۴ متر و... در
نمی آید و اصولاً قسمتی از آن با متر قابل اندازه گیری نیست و باید از دسی متر یا سانتی متر
استفاده کنند. اگر دانش آموزان طول نخته سیاه دو متر و سه دسی متر و پنج سانتی متر اندازه
گرفتند. توجه آن ها را به قرارداد ارزش مکانی ارقام جلب می کنیم و اگر با روش طبقه بندی
مجموعه ها ارزش مکانی ارقام را تدریس کرده ایم با کمک جدول

دکگان	یکان
-------	------

و توضیح اینکه چند سانتی متر یک دسی متر است یا چند 1/100 متر برابر 1/10 متر
است ستون هایی برای یک دهم و یک صدم در نظر می گیریم و جدولی به این شکل
ترسیم می کنیم:

1. Decimal Point

در خواندن ارقام لازم است ابتدا متر سپس دهم ها و صدم ها با قید آخرین واحد
اندازه گیری که صدم متر است گفته شود. یعنی ۲ متر و سی و پنج صدم و برای اینکه
تعداد واحدهای کامل، در اندازه گیری متر است. از دهم ها، صدم ها، هزارم ها و... جدا
می شود بعد از حذف جدول با علامت ممیز (/) آن ها را از هم جدا می کنیم.

دکگان	یکان	1/10 (یک دهم)	1/100 (یک صدم)
	۲ متر	۳ دسی متر	۵ سانتی متر

نوشته می شود ۲/۳۵ خوانده می شود متر و سی و پنج صدم متر
با اندازه گیری قطعات مختلف دراز که در محیط کودک وجود دارد نوشتن
اندازه ها و خواندن اعداد به دست آمده ادامه می دهیم تا جایی که کودک کاملاً به خواندن
و نوشتن اعداد اعشاری مسلط شود.

به همین منظور، وسیله دیگری که در تدریس کسر اعشاری هم زمان با متر و
اجزای آن می توان به کار برد واحد اندازه گیری وزن است. ابتدا لازم است دانش آموزان
با واحد وزن که کیلوگرم است آشنا شوند و بدانند که هر کیلوگرم هزار گرم است. با
توجه به این اصل بعد از اندازه گیری وزن های مختلف تعداد کیلو و سپس با کمک
جدول ارزش مکانی ارقام، گرم ها را در جای 1/1000 ها هر ۱۰ تا 1/1000 کیلوگرم در
محل 1/100 ها و هر ۱۰ تا 1/100 کیلوگرم در جای 1/10 ها نوشته می شوند. مانند:

کسره های اعشاری ۱۲۶ گرم و ۱۲ کیلو

دکگان	یکان	1/10	1/100	1/1000	دکگان	یکان	1/10	1/100	1/1000
	۲ کیلو				۱	۲			

دکگان	یکان	1/10	1/100	1/1000
	۲			

بعد از حذف جدول عدد به صورت ۱۲/۱۲۶ کیلوگرم نوشته و خوانده می شود:

چهارده کیلو و یک صد و چهل و شش هزارم کیلوگرم، برای ادامه کار می‌توان از واحد سطح، واحد حجم و سایر واحدهای اعشاری استفاده کرد. بعد از تسلط کامل دانش‌آموزان به خواندن و نوشتن اعداد اعشاری می‌توان اعداد اعشاری دیگری نیز تعلیم داد. باز تأکید می‌شود تمرین و ممارست عملی شرط موفقیت هر دانش‌آموز در آموزش قرارداد خواندن و نوشتن اعداد اعشاری است.

۱-۱۲ شیوه تبدیل کسرها اعشاری به کسر متعارفی

دلایل (۲۰۱۰) پیشنهاد می‌کنند که دانش‌آموزان بعد از خواندن و نوشتن کسرهایی اعشاری باید بتوانند آن‌ها را به سرعت به کسر متعارفی تبدیل کنند، بنویسند و بخوانند.

مانند:

$$\frac{325}{100} \rightarrow 3\frac{25}{100} \rightarrow 3/25 \rightarrow \text{نوشته می‌شود}$$

سیصدویست و پنج صدم متر \rightarrow سه‌متر و بیست و پنج صدم متر \rightarrow سه‌متر و بیست و پنج

صدم متر \rightarrow خوانده می‌شود

سه‌متر و بیست و پنج صدم \rightarrow سه‌ویست و پنج صدم \rightarrow سیصد و بیست و پنج صدم چنانچه دانش‌آموزان در این زمینه یا مشکلی رویه‌رو شدند لازم است تمرین با کسرهایی اعشاری آن قدر ادامه پیدا کند تا دانش‌آموزان در تبدیل این کسرها به کسر متعارفی به تسلط کافی دست یابند.

پس از اینکه دانش‌آموزان در ساختن کسرهایی اعشاری مهارت لازم را کسب کردند کسرهایی متعارفی متعددی به او داده می‌شود تا تبدیل به کسر اعشاری کنند. مراحل عمل به شرح زیر خواهد بود:

$$4\frac{36}{100} \rightarrow 4\frac{36}{100} \rightarrow 4/36\sqrt{b^2} - 4ac \rightarrow \text{نوشته می‌شود}$$

چهار و سی و شش صدم \rightarrow چهار و سی و شش صدم \rightarrow چهار و سی و شش صدم \rightarrow خوانده می‌شود

دانش‌آموزان با تمرینات مداوم در این تبدیل‌ها باید به این موضوع پی ببرند که کسرهایی اعشاری در حقیقت همان کسرهایی متعارفی‌اند و تنها نوشتن آن‌ها فرق دارد ولی مفهوم یکی است.

در واقع هدف از تمرینات در این زمینه این است که در نوشتن و خواندن کسرها می‌توان روش‌های گوناگونی را به کار گرفت که در همه آن‌ها مفهوم ریاضی تعیین نمی‌گردد. مثلاً چهار صد و سی و شش صدم یا چهار معبر سس و شش صدم ($\frac{436}{100}$) و $\frac{436}{100}$ صد و $\frac{436}{100}$ یک مفهوم کسری را به ذهن کودکی القا می‌کند.

۲-۱۲ جمع و تفریق کسرهایی اعشاری

در جمع و تفریق کسرهایی اعشاری مطلب خاصی برای تدریس وجود ندارد تنها رعایت قرارداد ارزش مکانی ارقام است که باید بیشتر تمرین شود و به راهنمایی قدم به قدم معلم نیاز دارد.

$$\text{نمونه ۱. } 1/20 \pm 3/25 \text{ متر}$$

در این جمع و تفریق‌ها کودکان کسرهایی اعشاری را مطابق شکل زیر می‌نویسند و جمع و تفریق را بر طبق قراردادهایی که قبلاً در جمع و تفریق عددهای صحیح آموخته‌اند انجام می‌دهند و معلم تنها راهنمایی کودکان را عهده‌دار می‌باشد.

$$\begin{array}{r} 3/25 \\ + 1/20 \\ \hline 4/45 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3/25 \\ - 1/20 \\ \hline 2/25 \end{array}$$

$$\text{نمونه ۲. } 3/15 \pm 1/25 \text{ متر}$$

در این قبیل جمع و تفریق‌ها دانش‌آموزان باید تنها عمل انتقال را انجام دهند که قبلاً با این قرارداد آشنا شده‌اند. ولی در هر حالت توجه کودکان باید به علامت معبر جلب شود که عدد صحیح را از کسر آن جدا می‌سازد.

عمل انتقال در دهگان است

$$\begin{array}{r} 3/15 \\ - 1/25 \\ \hline 2/75 \end{array}$$

عمل انتقال در مرتبه دهگان است.

$$\begin{array}{r} 3/15 \\ + 1/25 \\ \hline \end{array}$$

$$0/4 \times 0/7 = \frac{4}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{28}{100} = 0/28$$

با کمک این روش دانش آموزان می خواهند برد که ضرب کسر اعشاری در کسر اعشاری مانند ضرب عدد صحیح در عدد صحیح است. با این تفاوت که به تعداد اعداد اعشاری موجود در دو جمله ضرب در حاصل ضرب عدد اعشاری خواهیم داشت.

۱۲-۶ تقسیم کسره‌های اعشاری

به طور کلی، از نظر عزیزخواه (۱۳۹۰) تقسیم کسره‌های اعشاری را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد: تقسیم کسر اعشاری به عدد صحیح و تقسیم کسر اعشاری و عدددهای صحیح به کسر اعشاری.

۱۲-۶-۱ تقسیم کسر اعشاری به عدد صحیح

نمونه این نوع تقسیم $6/4 \div 8$ می‌باشد. در این تقسیم‌ها از مفهوم دو تقسیم (بخش کردن) استفاده می‌شود مثلاً $8 + 6/4$ به صورت تقسیم $6/4$ متر بین ۸ نفر عنوان می‌شود.

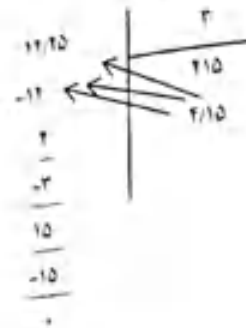
۱	یکان
۲	دهم‌ها
۳	۴
۴	۶۲
۵	۶۲
۶	۰۰

۸	
یکان	دهم
۸	۰

۶ تا یکی به ۸ نفر تقسیم نمی‌شود. آن را به ۶۰ دهم تبدیل می‌کنیم و با ۴ دهم می‌شود ۶۴ دهم و در خارج قسمت نیز یکی‌ها خالی می‌ماند.

در مرحله بعدی ۶۴ دهم بین ۸ نفر تقسیم می‌شود و به هر ۸ نفر ۸ دهم می‌رسد که در خارج قسمت در ستون دهم‌ها نوشته می‌شود. بعد از تمرین و تسلط پیدا کردن بر تقسیم در مرحله اول، جدول حذف می‌شود. در مرحله بعدی دانش آموزان به تدریج یاد می‌گیرند که جنس خارج قسمت را در مقایسه با مقسوم باید پیدا کنند. جنس اولین رقم خارج قسمت از سمت راست یا جنس اولین رقم از سمت راست مقسوم باید.

یکسان باشد و با این قیاس ارقام بعدی خارج قسمت و محل معیار را معین می‌کنند. مثلاً در $45 \div 12/3$ دانش آموزان تقسیم را مانند عدد صحیح بر عدد صحیح انجام می‌دهند و جای معیار را پیدا می‌کنند.



۱۲-۶-۲ تقسیم عدد صحیح و کسر اعشاری به کسر اعشاری

در این تقسیم‌ها به صورت کسر متعارفی نوشته و سپس جنس مقسوم و مقسوم‌علیه یکسان می‌شود و مفهوم اول تقسیم (مفهوم اندازه‌گیری) نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد. در تقسیم $4/56 \div 0/4$ ابتدا مقسوم و مقسوم‌علیه به صورت کسر متعارفی نوشته می‌شود، مانند $0/4 = \frac{4}{10}$ و $4/56 = 4 \frac{56}{100} = \frac{456}{100}$. بعد جنس مقسوم و مقسوم‌علیه صدم می‌شود. البته مقسوم $\frac{456}{100}$ و مقسوم‌علیه $\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$ خواهد شد. بعد ۴۵۶ صدم به ۴۰ صدم تقسیم می‌شود. به این معنی که در ۴۵۶ صدم چه مقدار ۴۰ صدم وجود دارد. تقسیم $456 \div 40$ را انجام می‌دهیم و خارج قسمت برابر ۱۱ و باقی‌مانده ۱۶ صدم خواهد بود.

در تقسیم $456 \div 0/4$ نیز مقسوم علیه جنس دهم دارد ولی مقسوم عدد صحیح است. بنابراین مقسوم را نیز تبدیل به دهم می‌کنیم $\frac{456}{1} = \frac{4560}{10}$ یا ۴۵۶۰ دهم. مقسوم علیه نیز $0/4 = \frac{4}{10}$ یعنی چهاردهم است. تقسیم $4560 \div 4$ را انجام می‌دهیم؛ خارج قسمت ۱۱۴۰ خواهد بود.

بعد از انجام مثال‌های متعدد و مقایسه آن‌ها با یکدیگر دانش آموزان بی‌متردد که:

۱. جنس مقسوم و مقسوم‌علیه را باید یکسان کرد؛ و آن جنس کوچک‌ترین واحدی

۱- دانش آموزان به تجربه مشاهده می کنند که در صد، قسم ده دهم را می خوانند و این را یک مفهوم ریاضی است. با به عبارات دیگر یک مفهوم ریاضی با روش های مختلف می تواند آموزش داده شود.

۲- دانش آموزان می توانند با استفاده از کاردستی های شطرنجی که در این حد خانه است تمریناتی را انجام دهند تا مفهوم درصد را کاملاً یاد بگیرند.

دانش آموزان به تجربه مشاهده می کنند که در صد، قسم ده دهم را می خوانند و این را یک مفهوم ریاضی است. با به عبارات دیگر یک مفهوم ریاضی با روش های مختلف می تواند آموزش داده شود.

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$$

$$\frac{1}{20} = \frac{5}{100}$$

از دانش آموزان خواسته می شود مثال های دیگری با استفاده از حد خانه در کاردستی خودشان بنویسند و آن ها را تعیین کنند.

دانش آموزان می توانند جدولی به صورت زیر تهیه کنند و اطلاعات مربوط به درصد را در حالت های مختلف نشان دهند.

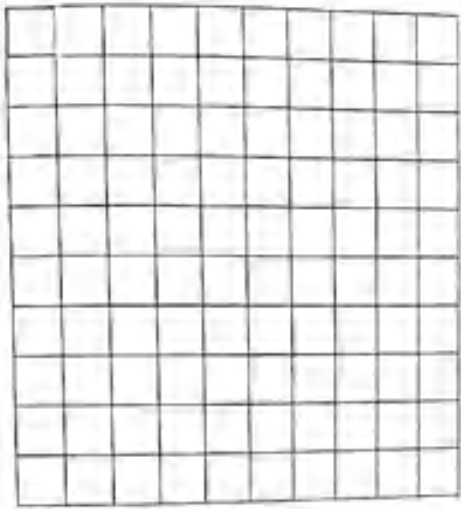
کسر متعارفی	کسر اعشاری	درصد
$\frac{1}{2}$		
	۰.۲۵	
		۲۰
$\frac{2}{5}$		
		۷۰

از دانش آموزان خواسته می شود تمرینات را ادامه دهند و مثال هایی بنویسند و بعد از اینکه مقدار کسر متعارفی را به صورت کسر اعشاری نوشتند آن را با درصد نمایش دهند. کمک معلم باعث خواهد شد دانش آموزان سریعاً اطلاعات را در حالت های مختلف نوشته و بخوانند. با توجه به کاربرد این اطلاعات در زندگی روزمره از کودکان خواسته می شود کلمات قرن، نیم قرن، ربع قرن و کلماتی که با صد شروع می شوند یا به نحوی کلمه صد در آن ها به کار رفته است مشخص کنند و این اطلاعات

۷-۱۲ درصد

دانش آموزان در محاسبات روزمره و موقعیت های مختلف زندگی با درصد مواجه می شوند. درصد نوعی کسر متعارفی و در نهایت کسر اعشاری است که به روش خاصی نوشته می شود. مثلاً اگر در یک کاغذ شطرنجی صد خانه را (۱۰×۱۰) جدا کنید و یک مربع از صد مربع را رنگ کنید (جدول ۶) می توانید بگویید که یکی از صد تا رنگ کرده اید و آن را به صورت زیر بنویسید:

$$1\% = \frac{1}{100} = 0.01 = \text{یک از صد تا}$$



شکل ۳-۵

را به صورت مختلف نوشته و بخوانند.

خلاصه فصل دوازدهم

در این فصل، با مفاهیم اعداد و درصد آشنا شدیم. در ابتدا مقدمه، معکوس یک کسر، نسبت، تناسب، تهیم به نسبت، اعداد، ممیز بیان گردید. در ادامه شیوه تبدیل کسرهایی اعشاری به کسر متعارفی، جمع و تفریق کسرهایی اعشاری، ضرب کسرهایی اعشاری، ضرب اعداد اعشاری در اعداد دورقمی، ضرب کسر اعشاری در کسر اعشاری، تقسیم کسر اعشاری به عدد صحیح و در نهایت تقسیم عدد صحیح و کسر اعشاری به کسر اعشاری شرح داده شد.

خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل پنجم

با پاسخ دادن به نمونه‌هایی از پرسش‌های امتحانی خود را بیازمایید.

۱. اگر جای صورت و مخرج یک کسر را عوض کنیم ... آن به دست می‌آید.

الف) معکوس ب) قریبه

ج) تقارن د) تناظر

۲. کدام مورد زیر، به معنی پیوستگی، ارتباط، اتصال، خویشاوندی و رابطه میان دو شخص یا دو شیء می‌باشد؟

الف) نسبت ب) کسر

ج) تناسب د) اعداد

۳. در ریاضی بیان تساوی دو نسبت را می‌نامند.

الف) نسبت ب) کسر

ج) تناسب د) اعداد

۴. در ریاضی برسر نسبت یک مقدار به کل را چه می‌نامند؟

الف) تساوی ب) تهیم

ج) تقسیم به نسبت د) هیچ‌کدام

۵. نوعی کسر متعارفی و اعشاری که به روش خاصی نوشته می‌شود چیست؟

الف) درصد ب) نسبت

ج) تناسب د) همه موارد

فصل سیزدهم

شکل‌گیری مفاهیم تجزیه و تحلیل داده‌ها و احتمال

هدف کلی

آشنایی با مفاهیم و روش تدریس تجزیه و تحلیل داده‌ها و احتمال در دبستان

هدف‌های یادگیری

پس از مطالعه این فصل باید بتوانید:

۱. شیوه تحلیل داده را بیان کنید.

۲. داده کلوی را شرح دهید.

۳. مراحل مراحل تحلیل داده را بیان نمایید.

۴. روش‌های تجزیه و تحلیل داده اکتشافی را بیان کنید.

۵. الزامات تحلیل داده‌ها را نشان دهید.

۶. مدل‌سازی و الگوریتم را مورد بحث قرار دهید.

مقدمه

تحلیل داده (به انگلیسی: Data analysis) فرایند فهمیدن، پاک‌سازی، آماده‌سازی و تحلیل داده‌هاست که به منظور استخراج اطلاعات سودمند برای تصمیم‌گیری انجام می‌شود. تحلیل داده‌ها امروزه در اغلب شاخه‌های علوم و صنعت از جمله اقتصاد، رشته‌های مهندسی، بازاریابی، پزشکی و غیره کاربرد دارد.

داده‌نمایی، روش خاصی برای تحلیل داده است که بر مدل‌سازی و کشف دانش برای اهداف قابل پیش‌بینی و نه صرفاً توصیفی متمرکز است؛ در حالی که هوش گسب و کنار را پوشش می‌دهد که به‌طور عمده بر تجمع اطلاعات کب و کنار متکی است. [۱] در کاربردهای آماری، تجزیه و تحلیل داده‌ها را می‌توان به آمار توصیفی، تجزیه و تحلیل داده‌های اکتشافی (EDA) و تجزیه و تحلیل داده‌های تأییدی (CDA) تقسیم کرد. EDA بر کشف ویژگی‌های جدید در داده‌ها و CDA بر تأیید یا تکذیب فرضیه‌های موجود متمرکز دارد. علم تجزیه و تحلیل بر کاربرد مدل‌های آماری برای پیش‌بینی یا طبقه‌بندی متمرکز دارد، در حالی که تجزیه و تحلیل متن روش‌های آماری، زبانی و ساختاری را برای استخراج و طبقه‌بندی اطلاعات از منابع متنی به‌کار می‌برد. تمام این‌ها، انواع تحلیل داده به‌شمار می‌آیند. یکپارچه‌سازی داده‌ها پیش‌زمینه‌ای برای تحلیل داده‌ها است و تحلیل داده با مصورسازی داده و انتشار داده رابطه نزدیکی دارد. واژه تحلیل داده گاهی اوقات به‌عنوان مترادف برای مدل‌سازی داده استفاده می‌شود.

۱-۱۳ مراحل تحلیل داده

تجزیه و تحلیل به معنای شکستن کل به اجزای جداگانه است. تحلیل داده روند به‌دست آوردن داده جدید و تبدیل آن به اطلاعاتی مفید در جهت تصمیم‌گیری کاربران است. داده جمع‌آوری و تحلیل می‌شود تا پاسخگوی سؤالات، آزمایش فرضیه‌ها یا تکذیب نظریه‌ها باشد. [۲]

آمارگر جان توکی در سال ۱۹۶۱ تحلیل داده‌ها را به‌صورت زیر تعریف کرد: «روش‌هایی برای تجزیه و تحلیل داده‌ها، تکنیک‌هایی برای تفسیر کردن نتایج حاصل از چنین روش‌هایی، روش‌های برنامه‌ریزی جمع‌آوری داده‌ها برای آسان‌تر ساختن تجزیه و تحلیل دقیق‌تر و صحیح‌تر و تمام ماشین‌آلات و نتایج حاصل از آمار که برای تحلیل کردن داده‌ها به‌کار بسته می‌شود.» [۳]

چندین مرحله قابل تشخیص وجود دارد که در زیر توضیح داده می‌شود. [۴]

۲-۱۳ الزامات داده

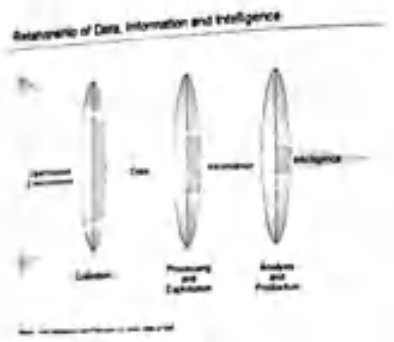
داده لازم به‌عنوان ورودی جهت تحلیل، براساس پیش‌نیازهای جهت‌دار یا مشتریانی که از محصول نهایی تحلیل استفاده می‌کنند، مشخص شده‌اند. ماهیت کلی که بر مبنای آن داده

شکل‌گیری مفاهیم تجزیه و تحلیل داده‌ها و احتمال ۲۳۱
جمع‌آوری خواهد شد. واحد آزمایش نامیده می‌شود (به‌طور مثال، یک فرد با جمعیت متغیرهای خاص در رابطه با یک جمعیت (به‌طور مثال سن یا درآمد) می‌تواند مشخص شود و به‌دست آید. داده‌ها ممکن است عددی یا مطلق (مثلاً تعداد یا یک متن) باشد.

۳-۱۳ جمع‌آوری داده

داده از منابع گوناگون جمع‌آوری می‌شود. پیش‌نیازها می‌توانند توسط تحلیل‌گران و مثالیان داده وسیله ارتباطی باشد. مثلاً تجهیزات فناوری اطلاعات که در یک سازمان است. همچنین داده می‌تواند از سنسورهای داخلی محیط مانند دوربین‌های ترمز یک ماهواره، وسایل ثبت و غیره جمع‌آوری شود. همچنین می‌تواند از طریق مصاحبه، دانلود از منابع آنلاین یا خواندن اسناد به‌دست آید. [۱]

۴-۱۳ پردازش داده



شکل ۱-۶

مراحل چرخه اطلاعاتی مورد استفاده برای تبدیل داده خام به هوش عملی یا دانش است که به‌لحاظ مفهومی شبیه به مراحل تجزیه و تحلیل داده است. داده اولیه باید برای تحلیل، فرآوری یا سازمان‌دهی شود. به‌طور مثال آن‌ها در فرمت ستونی یا ردیفی در یک جدول قرار می‌گیرند (یعنی داده ساختاری) که برای تحلیل بیشتر از نرم‌افزارهای آماری یا صفحه‌گسترده استفاده می‌کنند.

۱۳-۵ پاکسازی داده

زمانی که سازمان‌دهی انجام شد، داده ممکن است ناقص، دارای تکرار یا خطا باشد. نیاز به پاکسازی داده هنگام وقوع مشکل در مسیر ورود یا ذخیره داده معلوم می‌شود. پاکسازی داده فرایندی برای اصلاح یا جلوگیری از چنین خطاهایی است. اهداف رایج شامل ثبت تطابق، شناسایی عدم دقت داده، کیفیت کلی داده موجود، [۵] حذف داده‌های تکراری و تقسیم‌بندی ستون است. [۶] چنین مشکلاتی در داده از طریق روش‌های مختلف تحلیلی هم می‌تواند قابل تشخیص باشد. به‌طورمثال با اطلاعات مالی، مجموع متغیرهای مشخص ممکن است با اعدادی که جداگانه به‌عنوان داده موردقبول منتشر شده بودند، مقایسه شود. [۷] مقادیر غیرعادی بالا یا زیر آستانه مشخص هم باید دوباره بررسی شود. بسته به نوع داده مانند شماره‌های تماس، آدرس‌های ایمیل، کارمندان و غیره انواع پاکسازی داده وجود دارد. روش‌های داده‌های برای تشخیص داده‌های پرت می‌تواند برای خارج کردن داده‌هایی که اشتهاً وارد شده هم استفاده شود. بررسی‌کننده‌های غلط املایی می‌تواند برای کاهش مقدار کلمات اشتباه تایپ شده به‌کار رود اما مشکل اینجاست که کلماتی که خودشان درست‌اند تشخیص داده شود.

۱۳-۶ تجزیه و تحلیل داده اکتشافی

زمانی که داده پاکسازی شد، می‌تواند تحلیل شود. برای داده اکتشافی، تحلیل‌گر ممکن است چندین روش را به‌کار ببندد تا پیام موجود در داده را بتواند درک کند. خود این بخش می‌تواند شامل پاکسازی دیگری شود. بنابراین این فعالیت‌ها در ذات خود ممکن است تکرار داشته باشند. آمار توصیفی مانند معدل و میانگین ممکن است برای کمک به فهم آن داده تولید شود. مصورسازی داده نیز به فرمت گرافیکی به‌کار می‌رود تا دید بیشتری نسبت به پیام‌های درون داده حاصل آید.

۱۳-۷ مدل‌سازی و الگوریتم

مدل‌ها یا فرمول‌های ریاضی که به آن‌ها الگوریتم گفته می‌شود، ممکن است بر روی داده به‌کار بسته شود تا روابط بین متغیرها مانند همبستگی یا نسبت میان علت و معلول

۱۳۳ شکل‌گیری مفاهیم تجزیه و تحلیل داده‌ها و احتمال

شناسایی شود. به‌طور کلی، مدل‌ها برای ارزیابی به متغیری مشخص در داده که بر مبنای دیگر متغیرها است، توسعه می‌یابد که در آن چند خطای باقی‌مانده بسته به دقت مدل وجود دارد (داده = مدل + خطا).

آمار استنتاجی، شامل روش‌های اندازه‌گیری روابط بین متغیرهای مشخص می‌باشد. برای مثال، تحلیل رگرسیون ممکن است برای مدل استفاده شود که تغییر در تبلیغ (متغیر وابسته X) و تغییر در فروش (متغیر وابسته Y) را توضیح می‌دهد. از لحاظ ریاضی، Y (فروش) تابعی از X (تبلیغات) است. ممکن است به‌صورت $Y = aX + b + error$ توضیح داده شود که در آن مدل به‌گونه‌ای طراحی شده که a و b زمانی که مدل Y را برای طیفی از مقادیر X پیش‌بینی می‌کند، خطا را کاهش دهد. ممکن است تحلیل‌گران سعی کنند تا مدل‌هایی بسازند که توصیفی هستند تا تحلیل ساده و نتایج قابل فهم شود.

۱۳-۸ محصول داده

محصول داده یک برنامه کامپیوتری است که داده‌ها را گرفته و خروجی تولید می‌کند و آن‌ها را به محیط برمی‌گرداند؛ می‌تواند بر حسب یک مدل یا الگوریتم باشد. برای مثال برنامه‌های کاربردی که اطلاعات تاریخچه خرید مشتری را تحلیل می‌کند و خریدهای که ممکن است برای آن مشتری مطلوب باشد را پیشنهاد می‌کند. [۹]

۱۳-۹ ارتباط

هنگامی که داده‌ها مورد تجزیه و تحلیل است، می‌تواند به فرمت‌های مختلف برای کاربران گزارش شود تا نیازهای آن‌ها حمایت شود. کاربران ممکن است بازخورد دهند که موجب تجزیه و تحلیل اضافی می‌شود. رتبه، بسیاری از چرخه تحلیلی تکراری است. [۱۰]

هنگام تعیین نحوه انتقال نتایج، تحلیل‌گر ممکن است که روش‌های تجسم داده را برای کمک به شفافیت و کارایی در انتقال پیام به مخاطب در نظر بگیرد. تجسم داده اطلاعات را به‌صورت جدول‌ها و نمودارها نمایش می‌دهد تا پیام کلیدی موجود در داده قابل انتقال شود. جدول‌ها برای کاربری که به دنبال اعداد خاصی است کمک‌کننده است در حالی که نمودارها (مثلاً نمودار خطی یا نمودار میله‌ای) برای توضیح پیام‌های کمی کمک‌کننده هستند.

خلاصه فصل سیزدهم

برای فصل تحلیل داده (Data analysis) فرایند فهمیدن، پاک‌سازی، آماده‌سازی و تحلیل داده‌هاست که به منظور استخراج اطلاعات سودمند برای تصمیم‌گیری انجام می‌شود. داده‌کاوی، روش خاصی برای تحلیل داده است که بر مدلسازی و کشف دانش برای اهداف قابل پیش‌بینی و نه صرفاً توصیفی متمرکز است. درحالی‌که روش کسب و کار را پوشش می‌دهد که به منظور عمده بر تجمع اطلاعات کسب و کار منگی است. مراحل تحلیل داده تجزیه و تحلیل به معنای شکستن کل به اجزای جداگانه است. تحلیل داده روند به دست آوردن داده جدید و تبدیل آن به اطلاعاتی مفید در جهت تصمیم‌گیری کاربران است. زمانی که داده پاک‌سازی شد می‌تواند تحلیل شود. برای داده اکتشافی، تحلیل گر ممکن است چندین روش را به کار ببرد. پیام موجود در داده را بتواند درک کند. مدل‌ها یا فرمول‌های ریاضی که به آن‌ها الگوریتم گفته می‌شود. ممکن است بر روی داده به کار بسته شود تا روابط بین متغیرها مانند همبستگی یا نسبت میان علت و معلول شناسایی شود. به طور کلی، مدل‌ها برای ارزیابی به متغیری مشخص در داده که بر مبنای دیگر متغیرها است، توسعه می‌یابد که در آن چند خطای باقی مانده بسته به دقت مدل وجود دارد (داده = مدل + خطا)

محصول داده یک برنامه کامپیوتری است که داده‌ها را گرفته و خروجی تولید می‌کند و آن‌ها را به محیط برمی‌گرداند می‌تواند بر حسب یک مدل یا الگوریتم باشد.

خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل سیزدهم

با پاسخ دادن به نمونه‌هایی از پرسش‌های امتحانی خود را بیازمایید.

۱. در تحلیل داده کدام مورد به منظور استخراج اطلاعات سودمند برای تصمیم‌گیری اشاره می‌کند؟

- الف) فهمیدن
- ب) آماده‌سازی
- ج) پاک‌سازی
- د) همه موارد

۲. روش خاصی که بر مدلسازی و کشف دانش برای اهداف قابل پیش‌بینی و نه صرفاً توصیفی متمرکز است کدام گزینه است؟

- الف) تحلیل داده
- ب) داده‌کاوی
- ج) داده‌های اکتشافی
- د) یکپارچه‌سازی داده‌ها

۳. یکپارچه‌سازی داده‌ها پیش‌زمینه‌ای برای تحلیل داده‌ها است و تحلیل داده‌ها رابطه نزدیکی دارد

الف) مدلسازی

ب) داده‌کاوی

ج) داده‌های اکتشافی

د) مصورسازی داده

۴. روش‌های اندازه‌گیری روابط بین متغیرهای مشخص کدام گزینه می‌باشد؟

الف) آمار استنتاجی

ب) محصول داده‌ها

ج) داده‌های اکتشافی

د) مصورسازی داده

۵. یک برنامه کامپیوتری است که داده‌ها را گرفته و خروجی تولید می‌کند

الف) محصول داده

ب) مصورسازی داده

ج) داده‌های اکتشافی

د) آمار استنتاجی

پاسخنامه

بخش اول

فصل اول
۱. ج ۲. ب ۳. ج ۴. د ۵. الف

فصل دوم
۱. ب ۲. الف ۳. د ۴. ج ۵. ب

فصل سوم
۱. ب ۲. الف ۳. الف ۴. الف ۵. ج

فصل چهارم
۱. الف ۲. ب ۳. الف ۴. ب ۵. ب

فصل پنجم
۱. ج ۲. ب ۳. الف ۴. د ۵. الف

فصل ششم
۱. الف ۲. ب ۳. الف ۴. الف ۵. الف

فصل هفتم
۱. الف ۲. ب ۳. د ۴. الف ۵. د

بخش دوم

فصل هشتم
۱. ج ۲. د ۳. الف ۴. ج ۵. ب

فصل نهم

۱. الف ۲. د ۳. د ۴. الف ۵. الف

فصل دهم

۱. د ۲. د ۳. ب ۴. ج ۵. ب

فصل یازدهم

۱. الف ۲. ب ۳. د ۴. الف ۵. ب

فصل دوازدهم

۱. الف ۲. الف ۳. ج ۴. ج ۵. الف

فصل سیزدهم

۱. د ۲. الف ۳. د ۴. الف ۵. الف